

Р.О. РЕЗАЕВ^{1,2}, канд. физ.-мат. наук (rezaev.roman@gmail.com);

А.А. ДМИТРИЕВ², инженер;

Д.В. ЧЕРНЯВСКИЙ¹, канд. физ.-мат. наук

¹ IFW Institute for Theoretical Solid State Physics (Helmholtzstraße 20, 01069 Dresden, Germany)
(IFW Институт теоретической физики твердого тела, Гельмгольцштрассе, 20, 01069, Дрезден, Германия)

² Томский политехнический университет (634050, г. Томск, пр. Ленина, 30)

Применение вероятностных подходов для построения моделей «состав—свойство». Ч. II (Практика)

Представлены результаты применения на практике идей, рассмотренных в первой части статьи, опубликованной ранее: построены модели прочности, осадки конуса для 4-компонентных бетонных смесей с пластифицирующими добавками, а также построены модели прочности и подвижности для 5-компонентных смесей мелкозернистого бетона, включающего минеральный наполнитель. В частности, на базе последнего примера показывается возможность определения расхода активной золы, максимизирующей прочностные характеристики бетона при фиксированном расходе цемента.

Ключевые слова: бетонные смеси, математическое пространство составов, непрерывность свойств.

Для цитирования: Резаев Р.О., Дмитриев А.А., Чернявский Д.В. Применение вероятностных подходов для построения моделей «состав—свойство». Ч. II (Практика) // Бетон и железобетон. 2022. № 6 (614). С. 12–24. DOI: <https://doi.org/10.31659/0005-9889-2022-614-6-12-24>

R.O. REZAEV^{1,2}, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics) (rezaev.roman@gmail.com);

A.A. DMITRIEV², Engineer;

D.V. CHERNIAVSKY¹, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics)

¹ IFW Institute for Theoretical Solid State Physics (Helmholtzstraße 20, 01069 Dresden, Germany)

² Tomsk Polytechnic University (30 Lenina Prospect, Tomsk, 634050, Russian Federation)

Application of Probabilistic Approaches for the Construction of «Composition—Property» Models. Part II (Practice)

The results of the practical application of the ideas presented in the first part of the article published earlier are presented: models of strength, cone slump for 4-component concrete mixtures with plasticizing additives were constructed, also, models of strength and mobility for 5-component mixtures of fine-grained concrete, including mineral filler, were constructed. In particular, on the basis of the last example, the possibility of determining the consumption of active ash, maximizing the strength characteristics of concrete at a fixed consumption of cement, is shown.

Keywords: concrete mixtures, mathematical space of compositions, continuity of properties.

For citation: Rezaev R.O., Dmitriev A.A., Cherniavsky D.V. Application of probabilistic approaches for the construction of «composition—property» models. Part II (Practice). *Beton i zhelezobeton* [Concrete and Reinforced Concrete]. 2022. No. 6 (614), pp. 12–24. (In Russian). DOI: <https://doi.org/10.31659/0005-9889-2022-614-6-12-24>

В продолжение тематики исследования вопроса об эффективном применении современных методов анализа экспериментальных данных в настоящей работе представлены практические результаты построения прогнозной модели «состав—свойство», позволяющей получать количественную оценку свойств бетонной смеси/бетона исходя из соотношения между используемыми сырьевыми материалами. Параметры прогнозной модели калибруются по информации о типовых характеристиках используемых материалов: гранулометрический состав, истинные/насыпные плотности и т. д. и по результатам специального экспериментального плана, позволяющего оценить корреляции между значениями свойств раз-

личных составов. Построенная прогнозная модель представляет интерес как с практической стороны, поскольку позволяет быстро решить задачу оптимизации состава бетона по комплексу свойств или найти состав с заданными свойствами, так и с фундаментальной, предлагая новые инструменты для тестирования на правдоподобность физико-химических гипотез о вкладе различных факторов в интересующее свойство. Предлагаемая к обсуждению концепция решает проблемы неоднозначного описания поверхности отклика различными аналитическими функциями и устойчивости модели с помощью введения вероятностного пространства допустимых значений прогнозных свойств бетонной смеси/бетона,

что позволяет в некотором смысле обобщать результаты, полученные на одном классе материалов на более широкие классы. Построение прогнозной модели прочности, осадки конуса на примере бетонных смесей товарного назначения на стандартных материалах [1–3] представлено в разделе «4-компонентные смеси тяжелого бетона с применением пластифицирующих добавок». Возможности для оптимизации содержания активной минеральной добавки на примере золы-уноса [4–6] продемонстрированы в разделе «5-компонентные смеси мелкозернистого бетона с минеральными наполнителями». Статья завершается обсуждением перспектив развития методов построения прогнозных моделей для решений практических и фундаментальных задач.

4-компонентные смеси тяжелого бетона с применением пластифицирующих добавок

Применение пластифицирующих добавок позволяет снизить количество воды в бетонной смеси при сохранении ее подвижности [7, 8]. Как следствие, снижается водоцементное отношение и повышается прочность, что в итоге позволяет уменьшить расход цемента для смесей с одинаковой подвижностью и прочностью бетона. В случае, когда удельная стоимость цемента в составе смеси наибольшая по сравнению с другими материалами (заполнителями), экономический эффект от введения пластифицирующей добавки будет зависеть только от стоимости самой добавки, и во многих случаях смеси с добавками имеют меньшую себестоимость. Однако в тех случаях, когда удельная себестоимость цемента и заполнителей сравнима, применение пластифицирующей добавки может вызывать удорожание смеси вместо ожидаемого удешевления. Например, для смеси $C=350 \text{ кг/м}^3$, $Щ=1100 \text{ кг/м}^3$, $P=800 \text{ кг/м}^3$ и стоимости материалов – 5500 р./т (C), 1350 р./т (Щ) и 550 р./т (P) – удельная стоимость заполнителей 1925 р./м^3 равна удельной стоимости цемента – 1925 р./м^3 . Применение добавки, с одной стороны, снизит расход цемента и воды, но с другой – для сохранения баланса расходов материалов на 1 м^3 смеси это уменьшение будет скомпенсировано дополнительным расходом заполнителей. Как результат, смесь с учетом стоимости добавки станет дороже. Для положительного экономического эффекта в таких случаях наряду с применением добавки необходимо одновременно смещать соотношение заполнителей в сторону песка, и новый расход инертных материалов может быть, например, таким – $Щ=970 \text{ кг/м}^3$, $P=930 \text{ кг/м}^3$, что удешевит единицу куба объема смеси по заполнителям примерно на 100 р., при этом несколько повысится водопотребность смеси, которую, однако, можно регулировать подбором дозировки добавки. Балансируя между новыми соотношениями

всех исходных компонентов, включая добавку, можно достичь максимального эффекта удешевления. Такая процедура может занять достаточно большое количество человеко-часов, поэтому необходимо иметь метод, позволяющий быстро и комплексно оценивать экономический эффект от использования конкретной добавки. В данном разделе мы покажем потенциал применения на практике метода построения моделей «состав–свойство» с целью выяснения экономической эффективности от введения пластифицирующей добавки в смесь.

В качестве компонентов бетонной смеси были использованы сухие инертные материалы – гравийный щебень фракции 5–20 и песок с гранулометрическим составом, представленным в табл. 1. Цемент, согласно паспортным данным, имел следующие характеристики: портландцемент ЦЕМ I 42,5Б производства АО «Мордовцемент», НГЦТ–26,7%, истинная плотность – $3,11 \text{ гр/см}^3$. Для построения модели осадки конуса бетонных смесей и прочности бетона без пластифицирующей добавки был составлен и реализован экспериментальный план, представленный в табл. 2. Далее похожий план был составлен для смесей с применением пластифицирующей добавки на основе лигносульфоната (ЛСТ), дозировка которой по товарному продукту составила 1,3% от расхода цемента. При такой дозировке среднее количество воды для получения подвижности смеси класса П1 составило 168 л/м^3 , в то время как для смесей без применения добавки – 184 л/м^3 . Таким образом, можно считать, что применение пластифицирующей добавки обеспечивает водоредуцирующий эффект от 8 до 10%. Формальное среднее значение прочности на 28-е сут, вычисленное по различным классам подвижности, отличается между составами с использованием добавки и без добавки не более 5% (для смесей с одинаковым классом подвижности), что находится в пределах лабораторного коэффициента вариации, при этом темп набора прочности для малоподвижных составов с применением добавки выше: на 7-е сут прочность образцов с добавкой превышает в среднем на 15% прочность образцов без добавки.

Обработка результатов измерений осадки конуса и прочности, представленных в табл. 2, 3, позволила получить поверхность отклика этих свойств в координатах (Щ, P, C). Используя несложные алгоритмы, можно пересчитать эту поверхность в любых других координатах, например (В/Ц, r, В), и тем самым изучить, какие из факторов, связанных со взаимным соотношением материалов, имеют наиболее сильное влияние. Однако для решения задачи определения экономической эффективности от применения добавки будет полезным реализация такой идеи. В силу монотонного характера поверхности отклика как осад-

Таблица 1
Table 1Анализ отсева инертных материалов
Sieving analysis of inert materials

Щебень гравийный							
Размер сит, мм	25	20	12,5	5	Дно	Насыпная плотность, г/см ³	Истинная плотность, г/см ³
Содержание, %	1,6	16,3	75,2	6,2	0,7	1,45	2,65
Песок							
Размер сит, мм	2,5	1,25	0,63	0,315	0,16	Дно	Насыпная плотность, г/см ³
Содержание, %	7,9	7,3	22,4	32,8	23,9	5,7	1,6
							2,65

ки конуса, так и прочности при фиксированном значении соотношения заполнителей $r = \Pi / (\Pi + \Psi)$ будет существовать не более одной рецептуры, обладающей заданными значениями осадки конуса и прочности (либо 0 рецептур, либо 1). Поэтому можно построить зависимость стоимости S единицы объема бетонной смеси как функции осадки конуса и прочности, т. е. в координатах R , ОК и далее вычислить разницу ΔS между функциями для составов без добавок и с добавкой:

$$\Delta S = S(R, ОК) - S(R, ОК; D).$$

Переход к координатам R , ОК связан с тем, что на практике необходимо сравнивать стоимость именно тех составов, которые обладают одинаковыми свой-

ствами, а не составов с одинаковым расходом материалов.

Анализ данных на рис. 1 показывает, во-первых, что при наблюдаемом соотношении стоимости материалов применение добавки имеет экономическую целесообразность для высокоподвижных бетонных смесей со значением прочности до 35–40 МПа, что примерно будет соответствовать классам В25–30. Чем выше стоимость добавки, тем больше граница эффективности смещается в сторону меньших значений прочности. Например, снижение стоимости добавки с 25 до 15 р./кг, согласно данным на рис. 1, может поднять верхнюю границу по прочности до 45 МПа. При этом, однако, попытка варьировать соотношение между песком и щебнем относительно

Таблица 2
Table 2Экспериментальный план бездобавочных смесей
Experimental plan for additive-free mixtures

Щ, кг/м ³	П, кг/м ³	Ц, кг/м ³	В, кг/м ³	R_1 (ТВО), МПа	R_7 , МПа	R_{28} , МПа	ОК, см
1140	642	428	190	41	42,7	57,7	8,5
700	831	573	238	39	43,3	58,5	18,5
1110	691	437	180	40,9	42,8	57,8	3,5
908	835	412	210	32,7	33,6	45,4	17,5
888	845	346	235	16,1	20,3	27,4	25,5
976	933	357	165	35,3	42,6	57,5	0,5
1154	838	181	190	8,8	11,2	15,6	9
729	1061	403	195	34,2	33,8	44,9	4
716	915	590	195	52,4	54,1	61,5	0,5
699	1119	250	234	8,1	10,7	15,1	23,5
952	911	349	185	27,3	29,1	38,6	7
700	1207	250	200	13,8	17,2	25,6	2
1150	866	200	175	13	16,8	24,2	2,5
1126	600	400	220	26,6	28,9	34,8	22,5
1126	765	300	190	22,6	25,4	34	12
928	766	500	200	36	46,1	57,6	7
928	1010	260	185	15,5	20,5	25,2	2,5
928	945	359	178	33,5	43	52,2	2

Таблица 3
Table 3Экспериментальный план смесей с добавкой на основе ЛСТ – 1,3% от расхода цемента
Experimental plan for mixtures with an additive based on lignosulfonate – 1.3% of the cement consumption

Щ, кг/м ³	П, кг/м ³	Ц, кг/м ³	В, кг/м ³	R_1 (ТВО), МПа	R_7 , МПа	R_{28} , МПа	ОК, см
689	1223	306	180	23	27,5	32,8	0,5
689	989	581	180	43	50,9	60,4	0
1166	879	213	160	17,6	23,9	32,2	0,5
1166	701	421	160	39	52,5	56,8	3
938	967	376	160	34,7	41,2	47,1	2
938	928	361	180	24,8	36,7	43,2	7,5
938	888	345	200	23,9	29,4	40,3	20
938	868	337	210	18,9	27,2	39,5	26
702	1138	285	214	13,6	17,7	24,6	8,5
702	920	540	214	30,7	42,5	54,4	17
1140	830	221	186	11,7	17,9	25	8
1140	666	400	190	26,6	39,8	42,7	18
702	1092	273	235	7,9	11,8	18,1	23,8
702	904	531	223	29,5	39,1	47,6	22,5
1140	786	209	206	8,2	10,6	15,9	23
1140	644	386	203	27,8	34	39,7	23

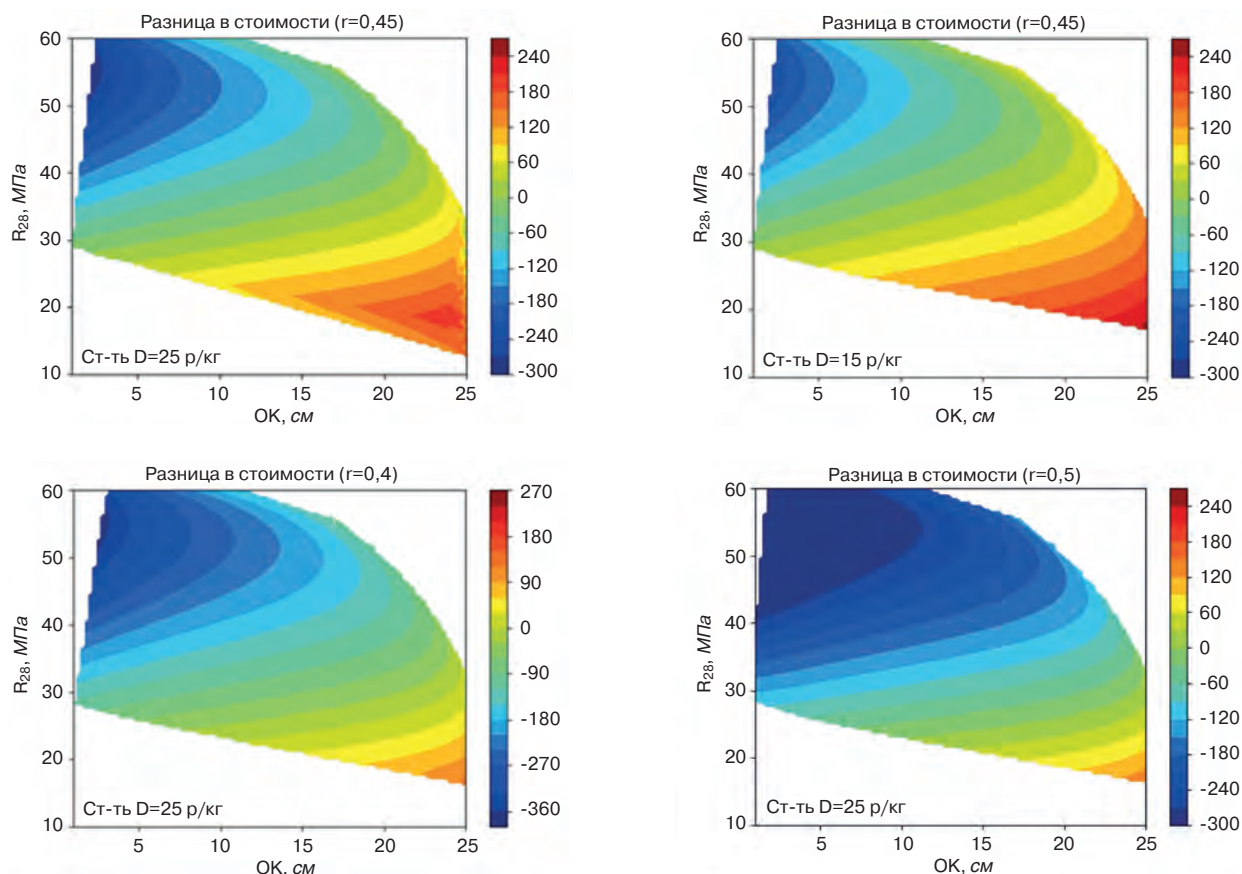


Рис. 1. Влияние стоимости добавки (верхние две панели) и соотношения заполнителей (нижние две панели) на себестоимость бетонной смеси. Стоимость сырьевых материалов: щебень – 1350 р./т, песок – 550 р./т, цемент – 5500 р./т. Стоимость добавки D за кг указана во вставке к панелям; принимаем, что пластифицирующая способность добавок с различной стоимостью одинакова

Fig. 1. Influence of additive cost (upper two panels) and ratio of aggregates (lower two panels) on concrete mix prime cost. The cost of raw materials: crushed stone – 1350 rubles/t, sand – 550 rubles/t, cement – 5500 rubles/t. The cost of additive D per kg is indicated in the insert to the panels; we assume that the plasticizing ability of additives with different costs is the same.

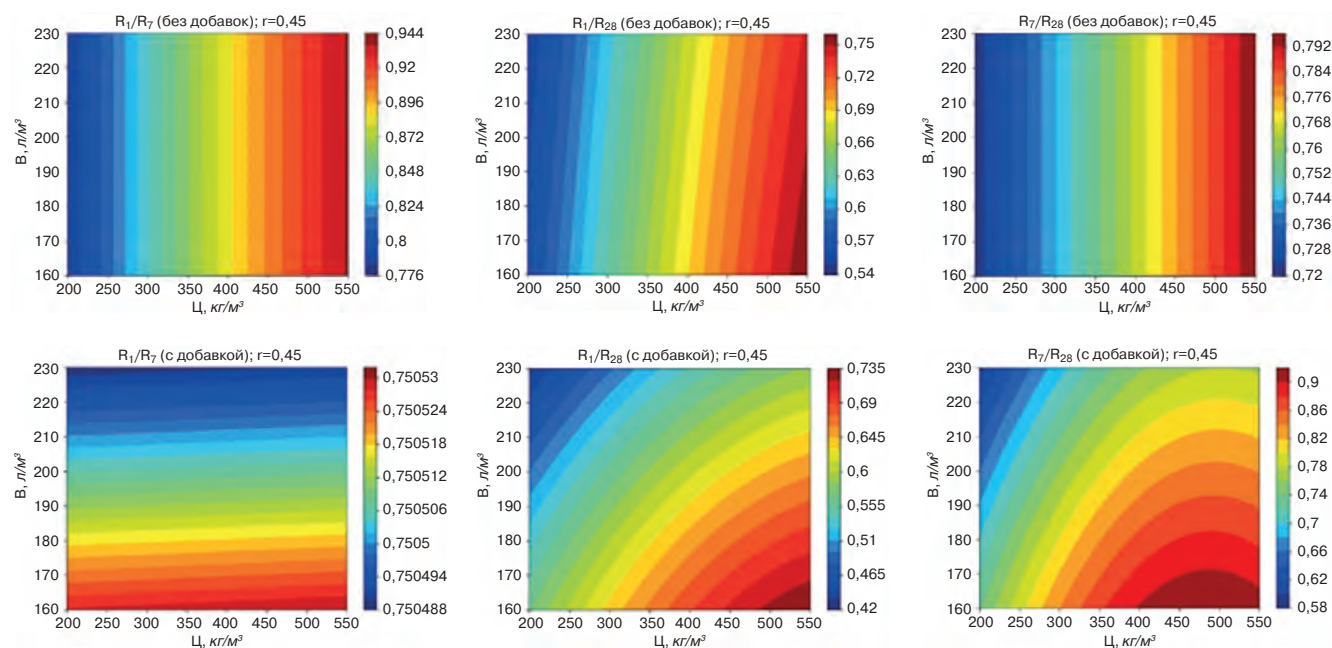


Рис. 2. Относительный темп набора прочности для бетонов без пластифицирующей добавки (верхний ряд панелей) и с пластифицирующей добавкой (нижний ряд панелей)

Fig. 2. Relative rate of strength development for concretes without plasticizer (upper row of panels) and with plasticizer (lower row of panels)

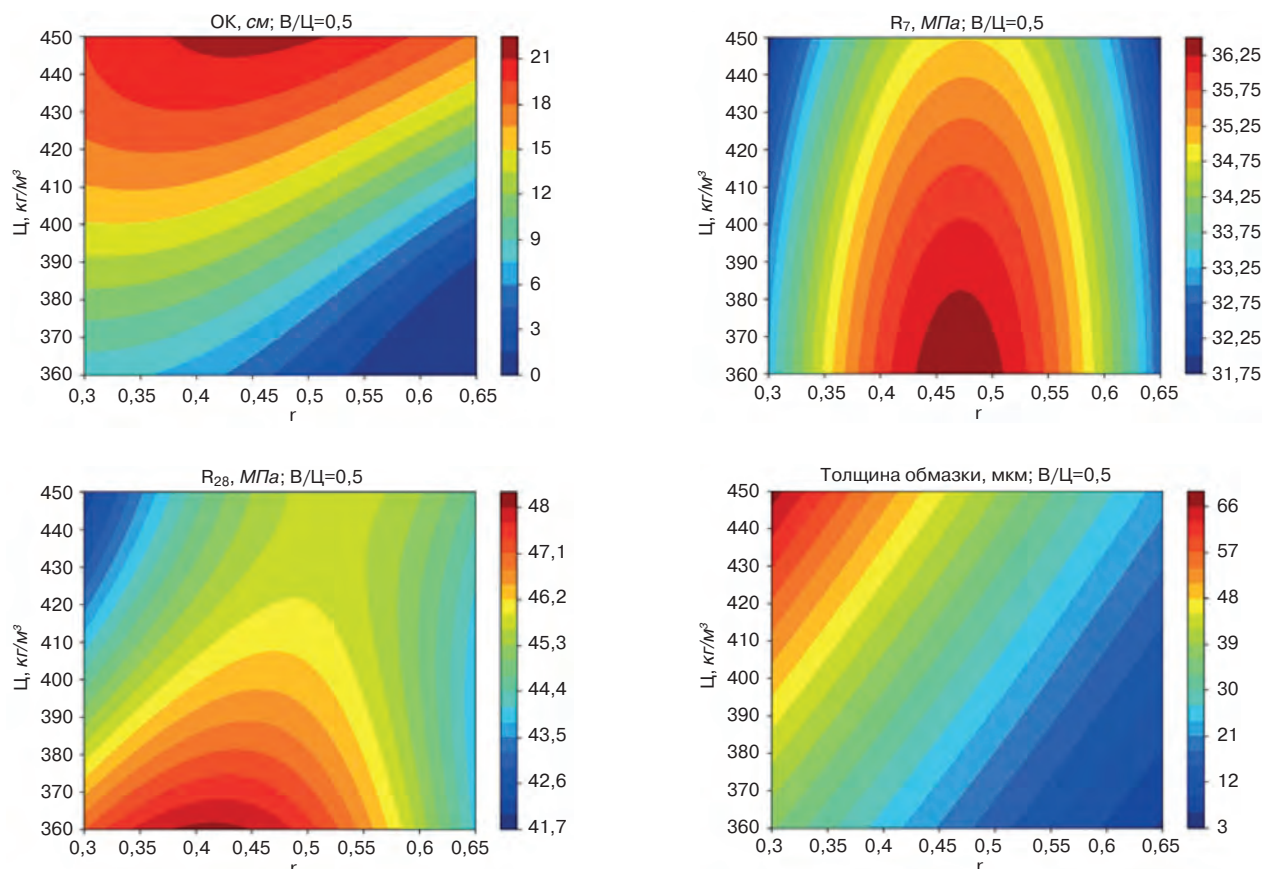


Рис. 3. Структура зависимости осадки конуса, прочностей R_7 и R_{28} и толщины обмазки от соотношения между песком и крупным заполнителем и расхода цемента. Составы без пластифицирующей добавки

Fig. 3. The structure of the dependence of the cone slump, strengths R_7 and R_{28} and the thickness of the mixture on the ratio between sand and coarse aggregate and cement consumption. Compounds without plasticizing additives.

значения $r=0,45$ приводит к удорожанию себестоимости бетонной смеси. На нижних панелях рис. 1 можно наблюдать, что при сдвиге r на $\pm 0,05$ область с голубовато-синим оттенком увеличила свою площадь, при этом максимум желто-красного оттенка уменьшил свое значение, что отражает удорожание единицы объема смеси. Причиной этого является увеличение доли крупного заполнителя при уменьшении r – щебня, который в соответствии с исходной информацией имеет большой удельный вклад в себестоимость смеси. Удешевление за счет уменьшения расхода цементного теста не может в достаточной мере компенсировать удорожание за счет дополнительного вовлечения в смесь крупного заполнителя. Увеличение себестоимости при возрастании r объясняется тем, что увеличивается удельная поверхность смеси заполнителей, повышается их водопотребность и эффект от введения пластифицирующей добавки снижается настолько, что ее водоредуцирующей способности становится недостаточно для того, чтобы обеспечить сохранение подвижности смеси при уменьшении объема цементного теста.

Обработка и представление результатов в виде, подобно рис. 1, обладает тем преимуществом, что

позволяет экономить время в поисках путей удешевления бетонных смесей и определять максимальный потенциал использования конкретной добавки. В производственной практике часто возникает ситуация, когда необходимо тестировать различные типы добавок, от различных производителей и с различной стоимостью. В таких случаях обычно тестируется некоторый состав без добавки; потом, не меняя соотношения заполнителей вводится добавка, определяется необходимое количество воды для достижения заданной подвижности смеси и последовательно задается несколько уменьшающихся значений расходов цемента. Подобная процедура повторяется либо для всей номенклатуры составов, либо для ее части. Информация, полученная с одной серии замесов, редко используется для того, чтобы сократить общее количество лабораторных замесов, что можно осуществить благодаря корреляциям свойств бетона для различных составов. Например, структура данных на рис. 1 показывает, что если выявить эффект удорожания даже для одного любого состава с классом подвижности П1–П2, то нет никакой необходимости проверять далее все остальные составы с этим же классом

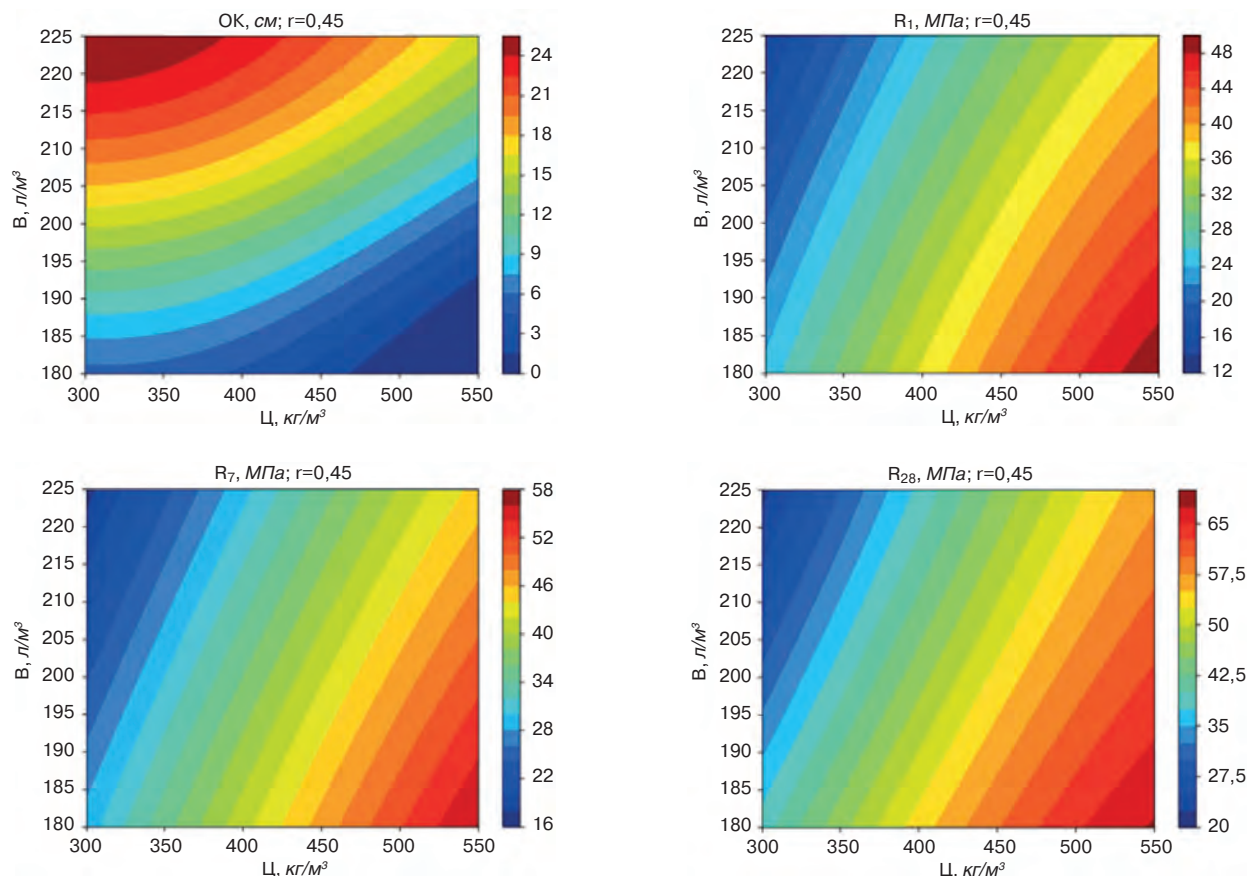


Рис. 4. Структура зависимости осадки конуса, прочностей R_1 , R_7 и R_{28} в координатах (B, Ц). Составы без пластифицирующей добавки
 Fig. 4. Dependence structure of cone slump, strengths R_1 , R_7 and R_{28} in coordinates (V, C). Compounds without plasticizing additives

подвижности, поскольку экономически они будут нецелесообразны. В этом случае для данной добавки можно сосредоточиться на оптимизации высокоподвижных бетонных смесей. Структура данных может выглядеть по-другому, если использовать другие сырьевые материалы, например взять песок с повышенной долей мелкой фракции или цемент с более высокой маркой активности. Совершенно точно можно сказать, что структура данных изменится и при использовании другого типа добавки, например на базе поликарбоксилата, имеющего более сильный водоредуцирующий (по сравнению с лигносульфонатной базой) эффект и, как правило, более высокую стоимость. Проведенный нами анализ для этого случая показал, что экономическая целесообразность будет наблюдаться для малоподвижных смесей с прочностью R_{28} выше 35 МПа. Можно обобщить результаты проведенной работы в том утверждении, что в большинстве практических случаев добавка будет иметь положительную экономическую эффективность только для какого-то определенного диапазона расходов материалов. Одинаково эффективно работающую для всего диапазона расходов материалов одну пластифицирующую добавку, по всей видимости, подобрать не

получится. Следует отметить, что мы оставили за рамками обсуждения вопрос оптимизации расхода самой добавки, поскольку он был зафиксирован по постоянному значению (1,3% от расхода цемента по товарному продукту). Возможно, если ослабить это требование, то можно будет получить структуру данных, отличную от той, что наблюдается на рис. 1. Для исследования вопросов оптимизации составов при варьировании содержания добавки может быть полезным развитие идей, описанных в разделе *Формализация* первой части статьи [9].

При обсуждении вопросов эффективности применения пластифицирующей добавки в производственной практике часто сравнивают результат по прочности на 7-е сут нормального твердения. Однако такой подход может исказить реальность, соответствующую 28-суточным испытаниям ввиду того, что темп набора прочности для бетонов с содержанием добавки может отличаться от такого без добавки. Полезным с практической стороны является количественная оценка того, насколько однородным выглядят отношения прочностей на 1-е, 7-е и 28-е сут для различных составов. Для этих целей определим функцию $k_{ij}^{0,D} = R_i / R_j$ с верхним индексом (0|D), обозначающим составы без добавки (0) и с содержа-

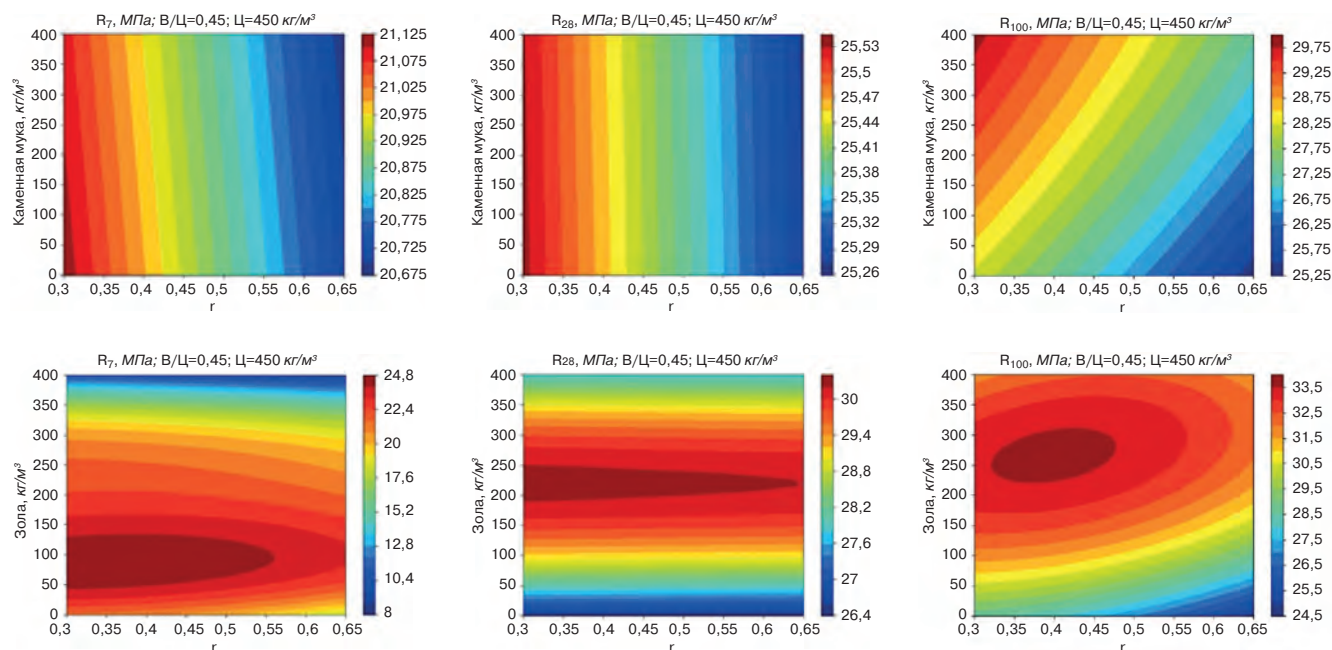


Рис. 5. Срезы поверхности отклика в координатах (r , зола/каменная мука) на 7-е, 28-е и 100-е сут нормального твердения
Fig. 5. Sections of the response surface in coordinates (r , Ash/Stone flour) on the 7th, 28th and 100th day of normal hardening

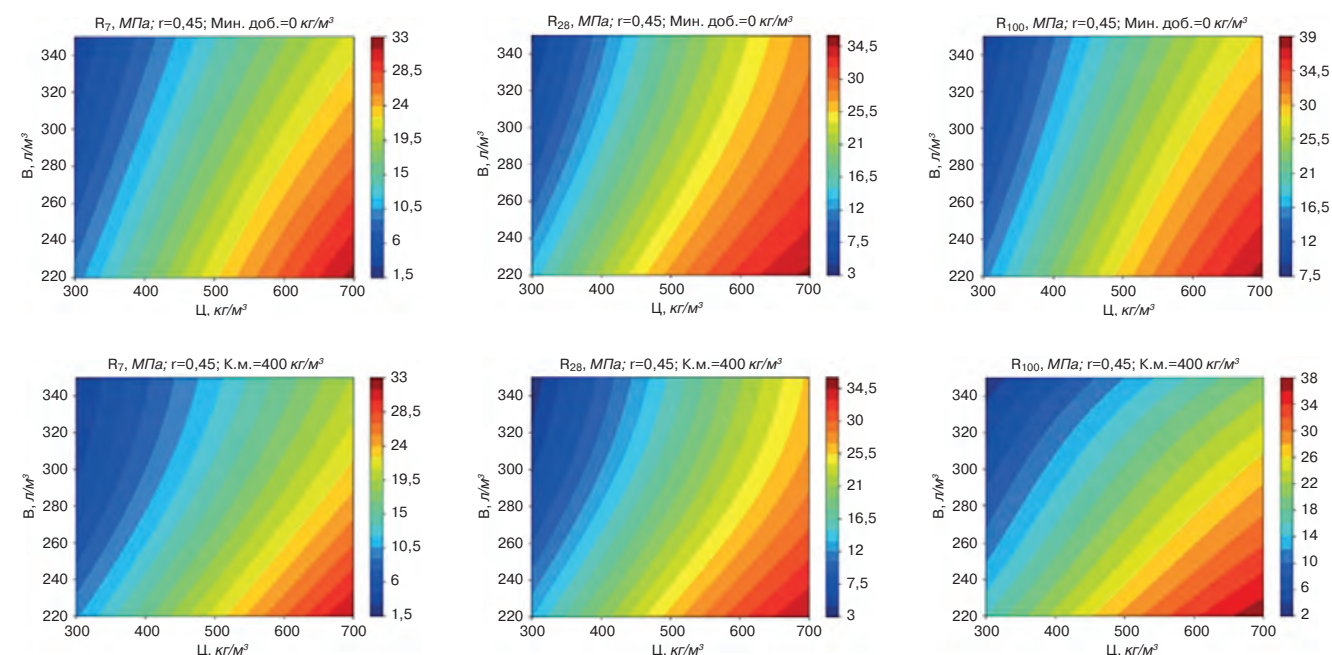


Рис. 6. Срезы поверхности отклика в координатах (W , C) для демонстрации сохранения доминирующего вклада в прочность водоцементного отношения в образцах, содержащих каменную муку
Fig. 6. Sections of the response surface in coordinates (W , C) to demonstrate the preservation of the dominant contribution to the strength of the water-cement ratio in samples containing stone flour

нием добавки (D), и нижним индексом (i,j), соответствующим срокам набора прочности – {1,7,28} сут. Прочность на 1-е сут измерялась для образцов, подвергавшихся тепловлажностной обработке по следующему режиму: выдерживание при комнатной температуре – 4 ч; подъем до 60°C – 4 ч; выдерживание при этой температуре – 8 ч; естественное охлаждение до комнатной температуры. Результаты количественного анализа функции $k_{ij}^{0,D}$ представлены

на рис. 2 в координатах (W , C) при фиксированном отношении песка и щебня $r=0,45$.

Наиболее однородно выглядят функции k_{7-28}^0 и k_{1-7}^D , причем количественно значения этих функций на всем диапазоне W , C близки друг к другу $\sim 0,75$. Полученное значение часто встречается в литературных данных как коэффициент прогноза 28-суточных значений прочности по 7-суточным значениям. Из сравнения функций k_{1-7}^D и k_{7-28}^0 можно заключить, что в со-

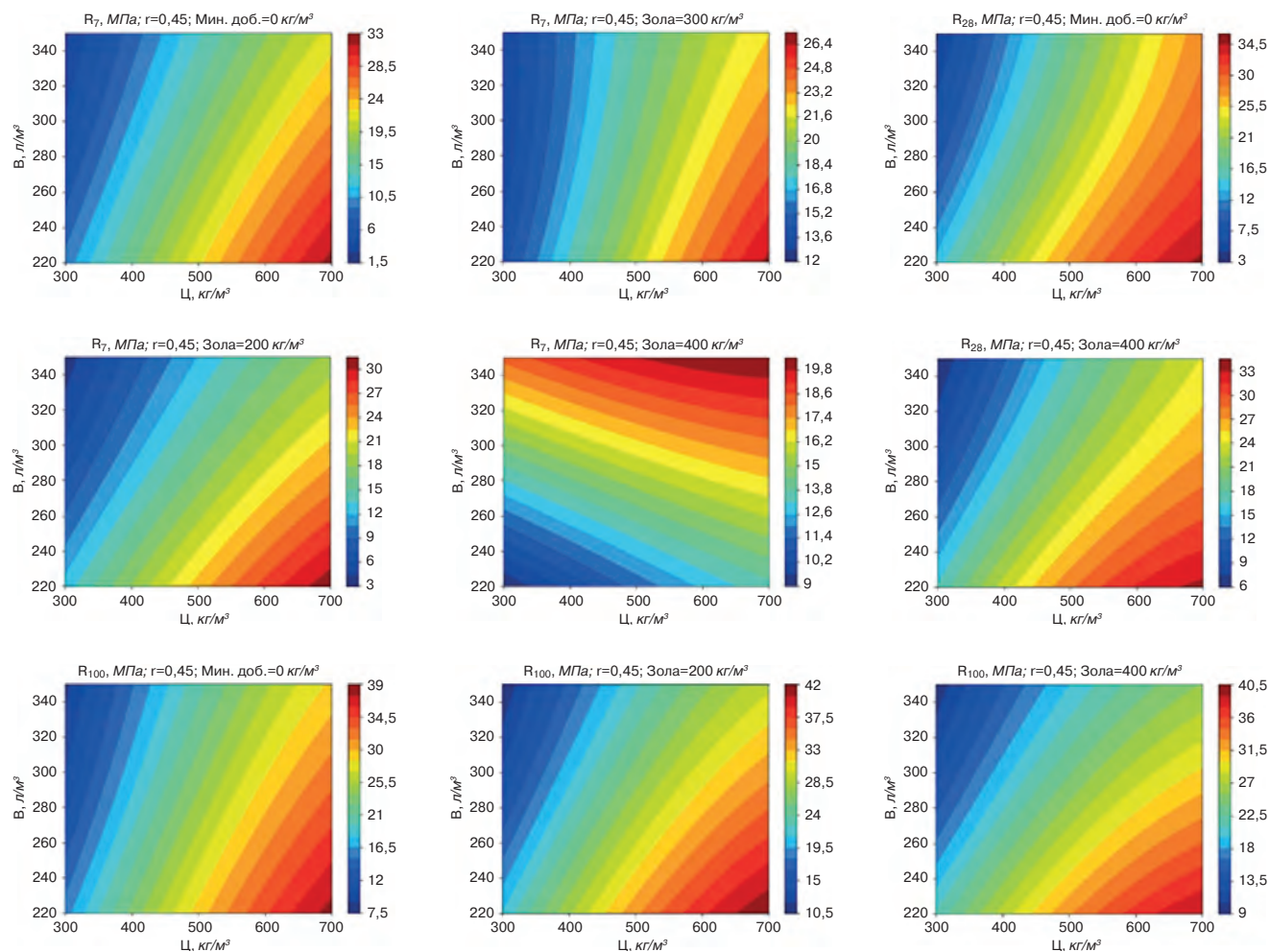


Рис. 7. Срезы поверхности отклика прочности в координатах (W , C) для образцов, содержащих золу
 Fig. 7. Sections of the strength response surface in coordinates (W , C) for samples containing ash

ставах, содержащих используемую в экспериментах добавку, скорее всего, подавляется начальный набор прочности бетона при высоких расходах цемента. Например, значения функции k_{1-7}^0 при расходах цемента более 300–350 кг/м³ изменяются от 0,85 до 0,94, в то время как при тех же условиях функция k_{1-7}^D имеет практически постоянное значение ~0,75. В бездобавочных составах наблюдается слабая зависимость темпа набора прочности от содержания воды, основной ее градиент связан с расходом цемента. В составах, содержащих добавку, проявляется зависимость темпа набора прочности от количества воды – с ее увеличением бетон набирает прочность медленнее во времени (см. функции k_{7-28}^D , k_{1-28}^D). Нижняя по воде область функции k_{7-28}^D имеет более высокие значения по сравнению с функцией k_{7-28}^0 . Таким образом, использовать какое-то одно значение коэффициента для перевода 7-суточных значений прочности в 28-суточные для оценки эффективности действия добавки на прочность неверно. Конкретно в случае, описываемом в данном разделе, при использовании коэффициента 0,75 для 7-суточных испытаний образ-

цов с добавками было бы получено завышенное на 20% значение прочности на 28-е сут. С другой стороны, высокий темп набора прочности часто имеет первостепенное значение для производственных задач и сам может являться целью оптимизации [10]. В этом случае представленные в данном разделе результаты и методы, которыми они получены, имеют хорошие перспективы для практического применения. Например, анализируя функцию k_{7-28}^D , можно определить, что наибольших значений темп набора прочности достигает для расходов цемента выше 250 кг/м³ при содержании воды до 210 л/м³.

Соотношение между песком и крупным заполнителем $r = \Pi / (\Pi + \Sigma)$ является одним из главных вопросов, когда заходит разговор об оптимизации состава бетона [10–18]. Для успешного решения этого вопроса необходимо изучить структуру зависимости технологических свойств бетонной смеси и прочности от соотношения заполнителей. Для анализа такой зависимости будут полезными методы построения поверхностей отклика подобных изображенным на рис. 3 и построенных для составов без пластифицирующей

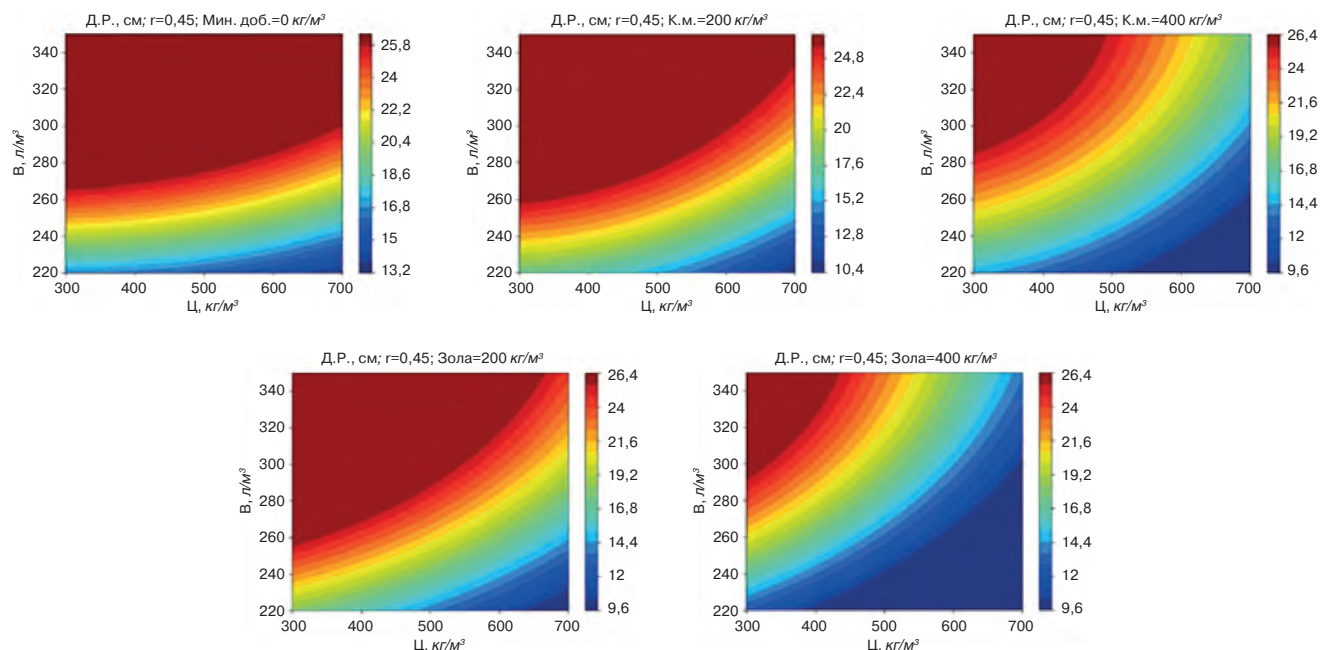


Рис. 8. Срезы поверхности отклика подвижности смеси, измеряемой с помощью величины диаметра расплыва (Д.Р.) мини-конуса для смесей с каменной мукой (к.м., верхний ряд) и золой (нижний ряд). Левая панель — смесь без наполнителей

Fig. 8. Sections of the response surface of the mobility of the mixture, measured using the value of the diameter of the spread (D.S.) of the minicone for mixtures with stone flour (Sf., top row) and ash (bottom row). Left panel — mixture without fillers

добавки. Для расчета толщины обмазки была использована формула (13), эта зависимость приведена с целью оценки степени ее корреляции с прочностью и осадкой конуса. Поскольку B/C фиксированно, можно ожидать, что прочность цементного камня будет величиной, близкой к некоторому постоянному значению и представленные координаты отразят факторы, связанные именно с соотношением заполнителей и долей цементного теста/камня. С увеличением доли цементного теста ожидаемо увеличивается осадка конуса бетонной смеси, демонстрируя хорошую корреляцию с толщиной обмазки. При этом последняя имеет меньшее влияние на прочность, отражая скорее тенденцию, что с ростом толщины обмазки более вероятно наблюдать уменьшение прочности. Этот эффект отчетливо прослеживается на панелях R_7 , R_{28} и его интерпретация может заключаться в том, что при увеличении толщины обмазки уменьшается роль каркаса из частиц заполнителя, принимающего на себя часть напряжений при распределении давления, поскольку среднее расстояние между этими частицами будет увеличиваться и заполняться цементным тестом. Интересное наблюдение следует из анализа зависимости прочности от соотношения заполнителей r : максимальное значение прочности достигается при определенном значении r , зависящим, в свою очередь, от сроков испытания образцов на прочность. Так, например, для R_7 максимальное значение прочности достигается для $r \approx 0,475$ и не зависит от расхода цемента, а для R_{28} — для r в диапазоне от 0,4

до 0,5, зависящим от расхода цемента. Анализируя подобным образом представленные данные для любого другого конкретного набора материалов, можно достаточно быстро выделять закономерности, имеющие практическую ценность.

Координаты (r , C) удобны для выявления факторов, связанных с соотношением между заполнителями, однако для оптимизации водоцементного отношения необходимо изучать поверхности отклика в других координатах — (B , C). Характерные распределения осадки конуса смеси и прочностей R_1 , R_7 и R_{28} представлены для бездобавочных составов на панелях рис. 4. Осадку конуса возрастает с ростом воды в смеси, что ожидаемо, однако интересно отметить, что для диапазона расходов цемента как минимум от 300 до 400–450 кг/м³ наблюдается слабая ее зависимость от количества цемента, что является отражением встречающегося в литературе «правила о постоянстве водопотребности» [16]. Повышение расхода цемента свыше 400–450 кг/м³ линейным образом уменьшает осадку конуса и угловой коэффициент этой зависимости легко оценить даже визуально. В распределениях прочностей R_1 , R_7 , R_{28} отчетливо прослеживается линейный закон ее изменения от B/C с примерно одинаковым угловым коэффициентом, что позволяет эффективно использовать одно уравнение для оптимизации состава бетона. Отметим, что представленные результаты хотя и отражают известные факты и закономерности, тем не менее позволяют целостно взглянуть на свойства

бетона и бетонной смеси, увидеть их взаимосвязь, а также определить, какие факторы и в какой количественной мере влияют на эти свойства. Формат представления данных, полученных по одной модели, в различных координатах позволяет комплексно решать вопросы оптимизации состава бетона и при этом дает интуитивно понятную для интерпретации внутренней механики взаимодействия параметров между собой картину.

5-компонентные смеси мелкозернистого бетона с минеральными наполнителями

В данном разделе обсудим задачу оценки эффективности применения активной золы [4–6, 19–21]. Критерием оптимального содержания золы будем считать максимальное достижение прочности при неизменном количестве в смеси цемента и постоянном водоцементном отношении. Решение проблемы оптимизации будет основано на изучении срезов поверхности отклика в различных координатах 4-мерной модели прочности и подвижности, измеряемой диаметром расплыва мини-конуса, имеющего начальный нижний диаметр 10 см, на встряхивающем лабораторном столике. Испытание на прочность осуществлялось на образцах-кубиках со стороной 7 см. Для оценки эффектов, связанных с активностью золы, была построена модель прочности и подвижности смесей, в которых вместо золы использовалась каменная мука [22]. Исходные для смесей материалы: крупный заполнитель – отсеянная фракция 3–5 мм; мелкий заполнитель – отсеянная фракция 0,315 мм; цемент – портландцемент ЦЕМ I 42,5Б производства АО «Мордовцемент»; НГЦТ – 26,7%, истинная плотность – 3,11 г/см³; зола-уноса производства Новочеркасской ТЭЦ, истинная плотность – 2,4 г/см³, доминирующая фракция – 50 мкм; каменная мука – истинная плотность 2,65 г/см³, доминирующая фракция – 50 мкм [18]. Был составлен максимальный экспериментальный план, состоящий из 120 лабораторных замесов. Последующая его реализация и обработка данных показали, что структура поверхности отклика, в принципе, позволяет ее восстановить по 20–25 точкам, а при накоплении хорошей статистики количество лабораторных замесов экспериментального плана можно уменьшить до 10. Исследование динамики набора прочности осуществлялась по испытаниям образцов в 7-, 28- 100-суточные периоды твердения в нормальных условиях.

На рис. 5 представлены срезы поверхности отклика прочности на различные сроки твердения (см. названия над панелями) для образцов, содержащих каменную муку (верхняя тройка панелей), и для образцов, содержащих золу (нижняя тройка панелей).

Крупный, мелкий заполнители и цемент для обеих групп образцов оставались неизменными. Диапазон изменения цемента – от 200 до 800 кг/м³, воды – от 180 до 370 л/м³, соотношения $r = M_k / (M_k + K_p)$, где M_k , K_p – масса мелкого и крупного заполнителей соответственно; в диапазоне от 0,3 до 0,7 расход минеральной добавки варьировался от 0 до 450 кг/м³. Такой широкий диапазон расходов материалов и значений параметров обусловлен целью максимальным образом охватить характерные особенности структуры поверхностей отклика и задачей выявления базовых закономерностей, управляющих подвижностью смесей и прочностью образцов бетона. Для представления данных были выбраны срезы из ориентировочной середины диапазона расхода цемента – 450 кг/м³, при В/Ц=0,45. При таких значениях можно увидеть закономерности изменения прочности в широком диапазоне, от 20 до 35 МПа. По вертикальной оси откладывается расход минеральной добавки, по горизонтальной – соотношение между мелким и крупным заполнителями. Инертность каменной муки отчетливо прослеживается на срезах R_{77} , R_{28} – при изменении содержания каменной муки вплоть до 400 кг/м³ не наблюдается существенного изменения прочности, равно как и не наблюдается существенного ее изменения при варьировании r от 0,3 до 0,65. Фактически для этих сроков твердения набор прочности определяется водоцементным отношением (рис. 6). Однако на длительных сроках твердения можно обнаружить отклик от появления в смеси каменной муки, природа которого не совсем ясна – прочность R_{100} в образцах с содержанием каменной муки показывает более высокие значения по сравнению с образцами без наполнителя. Одно из потенциальных объяснений такого эффекта – повышение плотности упаковки в смесях, содержащих каменную муку, однако в пользу этого утверждения необходимо провести дополнительное изучение вопроса.

Распределение прочности для образцов, содержащих золу (рис. 5, нижняя тройка панелей), показывает явный эффект прироста прочности, связанный с активностью золы. При этом, как следует из структуры этого распределения, максимум в значении прочности зависит от сроков твердения. На 7-е сут максимальную прочность показывают образцы с содержанием золы порядка 15% по расходу цемента, на 28-е сут этот максимум смещается до 40%, и для прочности на 100-е сут ее максимальное значение будет при доле золы почти 50% от массы цемента. Эффект по приросту прочности составляет порядка 20%.

В пользу проявления активности изучаемой золы должен говорить факт изменения характера влияния водоцементного отношения на прочность, что демонстрируют данные, представленные на рис. 7, –

распределения прочности в координатах (В, Ц) для образцов с золой и без нее для различных сроков твердения. Левые две панели в первом и втором рядах соответствуют данным R_7 с содержанием золы от 0 до 400 кг/м³. В окрестности расхода золы порядка 400 кг/м³ наблюдается качественная смена зависимости прочности от водоцементного отношения – угловой коэффициент при В/Ц меняет свой знак, и наблюдается резкое уменьшение прочности на всем диапазоне В, Ц. На рис. 5 такой спад проявляется на панели с распределением R_7 для смесей, содержащих золу: в верхней части панели присутствует небольшой участок с оттенком синего цвета, показывающий значительное снижение прочности относительно других участков. Для выявления природы происхождения этого эффекта необходимо проводить дополнительные исследования, выходящие за рамки текущей работы.

Характер изменения влияния водоцементного отношения на прочность R_{28} , R_{100} для образцов, содержащих золу, согласуется между собой при содержании золы до 400 кг/м³ (рис. 7) – угловой коэффициент наклона при В/Ц с увеличением количества золы в смеси уменьшается, отражая факт уменьшения влияния фактора В/Ц на прочность.

Важной проблемой также является определение количественной меры влияния минеральных наполнителей на подвижность смеси. Оценку этого фактора можно сделать на основе анализа срезов поверхности отклика, построенной для диаметра расплыва (Д.Р.) мини-конуса на встряхивающем лабораторном столике [23] (рис. 8). Минимальный диаметр расплыва, соответствующий жестким смесям, равен 10 см, максимальный – 26–27 см.

При отсутствии минеральной добавки смеси достигают своего насыщения по расплыву мини-конуса при содержании воды порядка 280–300 л/м³, введение каменной муки или золы смещает эту границу в большую сторону, при этом более сильно этот эффект проявляется для большего количества цемента. При расходах цемента до 500 кг/м³ рассмотренные варианты минеральных наполнителей до расхода порядка 200 кг/м³ не оказывают значительного влияния на подвижность смеси. Однако с увеличением расхода наполнителей свыше 200 кг/м³ это влияние уже имеет более заметный характер. С диаметром расплыва мини-конуса косвенно связана относительная вязкость смеси, характер ее возрастания при увеличении удельной поверхности твердой фазы имеет сильно выраженную нелинейную зависимость от последней, что отчетливо прослеживается визуально на распределениях диаметра расплыва – линии постоянного значения для расхода наполнителей 400 кг/м³ имеют экспоненциальный рост при увеличении расхода цемента.

Представленные в данном разделе результаты демонстрируют потенциал для выявления и исследования различных факторов, определяющих прочностные и реологические характеристики смесей и бетона с применением минеральных наполнителей. Методы, с помощью которых эти результаты были получены, могут оказаться полезными также и при оптимизации составов бетона с минеральными наполнителями. Целостность полученной картины по свойствам позволяет обосновать оптимально подобранный по целевым критериям состав и при этом значительно уменьшить трудоемкость комплексной оптимизации.

Заключение

Свойства бетонных смесей и бетонов, с одной стороны, являются результатом сложных физико-химических процессов, протекающих в открытых системах, а с другой – бетон как строительный материал имеет неплохо структурированную историю статистически накопленных данных, формализованных в виде различных эмпирических соотношений. Последние математически можно представить как элементы срезов многомерной поверхности отклика того или иного свойства в пространстве возможных составов и параметров технологических процессов. Прогресс в методах обработки экспериментальных данных и вычислительных возможностей позволяет поставить вопрос об определении и исследовании полномерной (во всем пространстве составов) структуры поверхности отклика. В попытке поиска ответа на этот вопрос в данном цикле из двух статей предложена концепция построения вероятностных моделей свойств бетонных смесей и бетонов в пространстве возможных составов. Данный класс моделей можно рассматривать либо как практический, инженерный инструмент для решения задач поиска составов бетона с заданными свойствами и/или комплексной оптимизации составов бетона, либо как метод анализа факторных составляющих с целью тестирования на правдоподобность физико-химических гипотез о процессах, протекающих в бетонных смесях. Перспективы применения вероятностных моделей в указанных направлениях продемонстрированы в соответствующих разделах данной статьи, где, в частности, показана возможность идентификации области составов среди всех возможных, с положительным экономическим эффектом от применения пластифицирующих добавок. В качестве примера факторного анализа рассмотрена на качественном уровне корреляция эффективной толщины обмазки зерен заполнителей цементным тестом с осадкой конуса бетонной смеси. Количественный анализ этого вопроса в текущем варианте публикации выполнен не был, однако он

не вызовет принципиальных трудностей, поскольку математический аппарат для исследования таких проблем развит в соответствующих разделах математической статистики. Построение полномерных моделей прочности и осадки конуса позволяет однозначно поставить и решить вопрос оптимизации соотношения крупного и мелкого заполнителей в составе бетонной смеси товарного назначения для конкретных производственных материалов. В тех случаях, когда удельные стоимости заполнителей и цемента в составе бетонных смесей имеют сравнимую между собой величину, комплексное изучение поверхностей отклика может открыть нетривиальные пути оптимизации составов по стоимости. Например, применение среднего/крупного песка с высокой рыночной стоимостью позволяет увеличить для определенной области составов прочность бетона на 15–20% [10, 16, 24], тем самым обеспечивая значительный экономический эффект по сравнению с песком низкой рыночной стоимости, но имеющим высокое содержание мелкой ($\leq 0,16$ мм) фракции.

В контексте использования обсуждаемых подходов обогащается ассортимент инструментов для решения проблем комплексной оптимизации составов бетона. Понятие о непрерывности свойств составов по области их определения в совокупности с длинной корреляции позволяет построить поверхность отклика для любого свойства, допускающего количественную меру оценки и удовлетворяющего критерию воспроизводимости этих значений. При этих условиях и при наличии достаточного количества, зависящего от длины корреляции, эксперименталь-

ных данных решение проблемы комплексной оптимизации сводится к разработке удобных интерфейсов навигации по значениям поверхности отклика в пространстве составов. Типичным примером такой навигации может служить построение срезов в различных системах координат. Метод построения моделей прочности и подвижности показывает хорошую устойчивость при работе с мелкозернистыми бетонными смесями, содержащими минеральные наполнители, и отражает как известные эмпирические закономерности, так и потенциально новые. В частности, анализ срезов поверхности отклика прочности в координатах (минеральная добавка/соотношение заполнителей) позволяет даже визуально определить область составов, демонстрирующих наибольшую эффективность активной золы-уноса с точки зрения прироста прочности. Ввиду остро встающих в настоящее время вопросов утилизации мелкодисперсных отходов промышленности, таких как шлаки, золы-уноса и т. д., обсуждаемые в данной статье методы работы с многокомпонентными бетонными смесями могут представлять определенный практический интерес.

References

Список литературы

1. ГОСТ 25192–2012. Бетоны. Классификация и общие технические требования.
2. ГОСТ 7473–2010. Смесей бетонные. Технические условия.
3. ГОСТ 26633–2015. Бетоны тяжелые и мелкозернистые. Технические условия.
4. Kanamarlapudi, L., Jonalagadda, K.B., Jagarapu, D.C.K. et al. Different mineral admixtures in concrete: a review. *SN Applied Sciences*. 2020. Vol. 2. 760. <https://doi.org/10.1007/s42452-020-2533-6>
5. Глекель Ф.Л. Физико-химические основы применения минеральных добавок. Ташкент: «ФАН», 1975. 198 с.
6. Mehta P.K., High performance, high-volume fly ash concrete for sustainable development. University of California, Berkeley, 2004.
7. Фаликман В.П. Поликарбоксилатные гиперпластификаторы: вчера, сегодня, завтра // *Популярное бетоноведение*. 2009. № 2 (28). С. 86–90.
8. GOST 25192–2012. Betony. Klassifikatsiya i obshchie tekhnicheskie trebovaniya [Concrete. Classification and general technical requirements]. (In Russian).
9. GOST 7473–2010. Smesi betonnye. Tekhnicheskie usloviya [Concrete mixes. Specifications]. (In Russian).
10. GOST 26633–2015. Betony tyazhelye i melkozernistye. Tekhnicheskie usloviya [Concrete is heavy and fine-grained. Specifications]. (In Russian).
11. Kanamarlapudi, L., Jonalagadda, K.B., Jagarapu, D.C.K. et al. Different mineral admixtures in concrete: a review. *SN Applied Sciences*. 2020. Vol. 2. 760. <https://doi.org/10.1007/s42452-020-2533-6>
12. Glekel' F.L. Fiziko-khimicheskie osnovy primeneniya mineral'nykh dobavok [Physical and chemical bases of application of mineral additives]. Tashkent: «FAN». 1975. 198 p.
13. Mehta P.K., High performance, high-volume fly ash concrete for sustainable development. University of California, Berkeley, 2004.
14. Falikman V.R. Polycarboxylate hyperplasticizers: yesterday, today, tomorrow. *Populyarnoe betonovedenie*. 2009. No. 2 (28), pp. 86–90. (In Russian).
15. Vovk A.I. Physical and chemical regularities of hydration and hardening of plasticized cement systems. Abstract of diss ... Doctor of Sciences (Engineering). Moscow. 1994. 36 p. (In Russian).
16. Rezaev R.O., Dmitriev A.A., Chernyavsky D.V. Application of probabilistic approaches for the construc-

8. Вовк А.И. Физико-химические закономерности гидратации и твердения пластифицированных цементных систем: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 1994. 36 с.
9. Резаев Р.О., Дмитриев А.А., Чернявский Д.В. Применение вероятностных подходов для построения моделей «состав–свойство». Ч. I (Теория) // *Бетон и железобетон*. 2022. № 4–5 (612–613). С. 25–37. DOI: <https://doi.org/10.31659/0005-9889-2022-612-613-4-5-25-37>
10. Калашников В.И. Эффективные высокопрочные и обычные бетоны. Пенза: Приволжский Дом знаний, 2015. 148 с.
11. Невилль А.М. Свойства бетона. М.: Стройиздат, 1972. 344 с.
12. Ахвердов И.Н. Основы физики бетона. М.: Стройиздат, 1981. 464 с.
13. De Larrard F. Concrete mixture proportioning. A scientific approach. London and New York, 1998. 448 p.
14. Шейкин А.Е., Чеховский Ю.В., Бруссер М.И. Структура и свойства цементных бетонов. М.: Стройиздат, 1979. 344 с.
15. Zongjin L. Advanced concrete technology. Wiley. 2011. 528 p.
16. Баженов Ю.М. Технология бетона. М.: ABC, 2003. 499 с.
17. Белов В.В., Курятников Ю.Ю., Новиченкова Т.Б. Технология и свойства современных цемента и бетонов. М.: АСВ, 2014. 280 с.
18. Белов В.В., Теоретическое обоснование оптимальных зерновых составов композиционных материалов с минеральными наполнителями // *Строительство и реконструкция*. 2017. № 5. С. 94–101.
19. Карпенко В.И. Бетоны на основе золошлаковых смесей // *Бетон и железобетон*. 1975. № 10. С. 20–30.
20. Михайлов К.В., Бужевич Г.А. Применение зол и шлаков ТЭС в бетонных и железобетонных конструкциях // *Бетон и железобетон*. 1972. № 7.
21. Тарасова А.Ю. Бетонные смеси высокой подвижности с золой-уноса для транспортного строительства: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2009. 25 с.
22. Енджиевская И.Г., Васильевская Н.Г., Гофман О.В., Козьмин А.Д., Григорьева В.А. Мелкозернистые торкрет-бетоны с комплексными модификаторами // *Системы. Методы. Технологии*. 2018. № 2. С. 164–169.
23. ГОСТ 310.4–81. Цементы. Методы определения предела прочности при изгибе и сжатии.
24. Дворкин Л.И., Дворкин О.Л., Расчетное прогнозирование свойств и проектирование составов бетона. М.: Инфра-Инженерия, 2019. 385 с.
- tion of “composition–property” models. Part I (Theory). *Beton i Zhelezobeton* [Concrete and Reinforced Concrete]. 2022. No. 4–5 (612–613), pp. 25–37. (In Russian). DOI: <https://doi.org/10.31659/0005-9889-2022-612-613-4-5-25-37>
10. Kalashnikov V.I. Effektivnye vysokoprochnye i obychnye betony [Efficient high-strength and ordinary concretes]. Penza: Privolzhskii Dom znani. 2015. 148 p.
11. Nevill' A.M. Svoistva betona [Concrete properties]. Moscow: Stroyizdat. 1972. 344 p.
12. Akhverdov I.N. Osnovy fiziki betona [Fundamentals of concrete physics] Moscow: Stroyizdat. 1981. 464 p.
13. De Larrard F. Concrete mixture proportioning. A scientific approach. London and New York, 1998. 448 p.
14. Sheikin A.E., Chekhovskii Yu.V., Brusser M.I. Struktura i svoistva tsementnykh betonov [Structure and properties of cement concretes]. Moscow: Stroyizdat. 1979. 344 p.
15. Zongjin L., Advanced concrete technology. Wiley. 2011. 528 p.
16. Bazhenov Yu.M. Tekhnologiya betona [Concrete technology] Moscow: AVS. 2003. 499 p.
17. Belov V.V., Kuriatnikov Iu.Iu., Novichenkova T.B., Tehnologii i svoistva sovremennykh cementov i betonov [Technology and properties of modern cements and concretes]. Moscow: ASV. 2014. 280 p.
18. Belov V.V. Theoretical substantiation of optimal grain compositions of composite materials with mineral fillers. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*. 2017. No. 5, pp. 94–101.
19. Karpenko V.I. Concrete based on ash and slag mixtures. *Beton i Zhelezobeton* [Concrete and Reinforced Concrete]. 1975. No. 10, pp. 20–30. (In Russian)
20. Mikhailov K.V., Buzhevich G.A., The use of ashes and slags from thermal power plants in concrete and reinforced concrete structures. *Beton i Zhelezobeton* [Concrete and Reinforced Concrete]. 1972. No. 7. (In Russian).
21. Tarasova A.Yu. High mobility concrete mixtures with fly ash for transport construction. Abstract of diss ... Candidate of Sciences (Engineering). Moscow. 2009. 25 p. (In Russian).
22. Endzhievskaya I.G., Vasilovskaya N.G., Gofman O.V., Koz'min A.D., Grigor'eva V.A. Fine-grained shotcrete with complex modifiers. *Sistemy. Metody. Tekhnologii*. 2018. No. 2, pp. 164–169. (In Russian).
23. GOST 310.4–81. Cements. Methods for determining the ultimate strength in bending and compression. (In Russian).
24. Dvorkin L.I., Dvorkin O.L. Raschetnoe prognozirovanie svoistv i proektirovanie sostavov betona [Computational prediction of properties and design of concrete compositions]. Moscow: Infra-Inzheneriya. 2019. 385 s.