

УДК 624.012.4–183.2; 624.044:539.384

[https://doi.org/10.37538/0005–9889–2025–4\(629\)–58–66](https://doi.org/10.37538/0005–9889–2025–4(629)–58–66)**О.В. РАДАЙКИН**ФГБОУ ВО «Казанский государственный энергетический университет», ул. Красносельская, д. 51,
г. Казань, 420066, Российская ФедерацияФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», ул. Кремлевская, д. 18, к. 1,
г. Казань, 420008, Российская Федерация

УТОЧНЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЙ МЕТОДА ПРЕДЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ В ЧАСТИ НОРМИРОВАНИЯ ЗАВИСИМОСТЕЙ « σ – ϵ » БЕТОНА ПРИ СЖАТИИ И РАСТЯЖЕНИИ. ЧАСТЬ 2

Аннотация

Введение. В двух частях статьи исследованы вопросы понятийного и методического характера, возникающие при расчетах железобетонных конструкций по методу предельных состояний с применением нелинейной деформационной модели согласно СП 63.13330.2018. Вторая часть посвящена разработке математического аппарата и расчетному обоснованию введенных в первой части новых понятий о законах и диаграммах деформирования бетона в условиях сжатия и растяжения.

Цель. Разработать и обосновать расчетный аппарат, уточняющий положения метода предельных состояний в части нормирования зависимостей « σ – ϵ » бетона при сжатии и растяжении.

Материалы и методы. Формальная логика (анализ, синтез, индукция, дедукция), методы теории вероятностей и математической статистики, метод предельных состояний.

Результаты. Показана несогласованность и несовершенство нормативных документов РФ: по контролю однородности свойств бетона; на технические условия его применения; на технические условия цемента как главной составляющей бетона; по механическому расчету железобетонных конструкций. Предложен коэффициент статистической трансформации эталонного закона деформирования бетона при сжатии – γ_c (растяжении – γ_t), который позволяет переходить от эталонного ко всем прочим законам деформирования, необходимым в расчетах железобетонных конструкций по двум группам предельных состояний.

Выводы. Для устранения противоречий в нормах необходимо ввести единый стандарт однородности физико-механических свойств бетона, например принять $V = 0,135$ либо иное значение, выработанное и согласованное в результате обсуждения сообществом ученых и инженеров. Ужесточить требования по однородности для цемента, например принять $V = 0,03–0,05$, как это было ранее регламентировано в советских нормах. Для полноценного нормирования прочностных и деформационных характеристик бетона, входящих в зависимости « σ – ϵ », необходимо занормировать минимально 7 параметров, представленных в формулах данной статьи.

Ключевые слова: бетон, сжатие, растяжение, закон деформирования, диаграмма деформирования, нелинейная деформационная модель, метод предельных состояний, неоднородность, коэффициент вариации, перцентиль, доверительная вероятность

Для цитирования: Радайкин О.В. Уточнение положений метода предельных состояний в части нормирования зависимостей « σ – ϵ » бетона при сжатии и растяжении. Часть 2 // *Бетон и железобетон*. 2025. № 4 (629). С. 58–66. DOI: [https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-4\(629\)-58-66](https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-4(629)-58-66). EDN: JPLHAM

Вклад автора

Автор берет на себя ответственность за все аспекты работы над статьей.

Финансирование

Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 23.04.2025

Поступила после рецензирования 21.05.2025

Принята к публикации 29.05.2025

O.V. RADAYKIN

FSBEI HE Kazan State Power Engineering University, Krasnoselskaya str., 51, Kazan, 420066,
Russian Federation

FSAEI HE Kazan (Volga Region) Federal University, Kremlevskaya str., 18, bld. 1, Kazan, 420008,
Russian Federation

CLARIFICATION OF THE PROVISIONS OF THE LIMIT STATE METHOD REGARDING THE NORMALIZATION OF THE " $\sigma - \epsilon$ " DEPENDENCES OF CONCRETE UNDER COMPRESSION AND TENSION. PART 2

Abstract

Introduction. In two parts of the article, the conceptual and methodological issues arising in the calculations of reinforced concrete structures by the limit state method using a nonlinear deformation model according to SP 63.13330.2018 are investigated. The second part is devoted to the development of a mathematical apparatus and a computational justification of the new concepts introduced in the first part about the laws and diagrams of concrete deformation under compression and stretching conditions.

Aim. To develop and substantiate a calculation apparatus clarifying the provisions of the limit state method in terms of normalization of the " $\sigma - \epsilon$ " dependencies of concrete under compression and tension.

Materials and methods. The formal logic (analysis, synthesis, induction, deduction), methods of probability theory and mathematical statistics, the method of limit states.

Results. The inconsistency and imperfection of regulatory documents of the Russian Federation is shown: on the control of the uniformity of concrete properties; on the technical conditions of its use; on the technical conditions of cement as the main component of concrete; on the mechanical calculation of reinforced concrete structures.

The coefficient of statistical transformation of the reference law of concrete deformation under compression – γ_c (for tension – γ_t) is proposed, which makes it possible to switch from the reference law to all other laws of deformation necessary in the calculations of reinforced concrete structures for two groups of limiting states.

Conclusions. To eliminate contradictions in the norms, it is necessary to introduce a single standard for the uniformity of the physical and mechanical properties of concrete, for example, to adopt $V = 0.135$ or another value developed and agreed upon as a result of discussion by the community of scientists and engineers. To tighten the uniformity requirements for cement, for example, to adopt $V = 0.03-0.05$, as it was previously regulated in Soviet standards. In order to fully normalize the strength and deformation characteristics of concrete, which are included in the dependences " $\sigma - \epsilon$ ", it is necessary to normalize at least 7 parameters presented in the formulas of this article.

Keywords: concrete, compression, stretching, law of deformation, deformation diagram, nonlinear deformation model, limit state method, heterogeneity, coefficient of variation, percentile, confidence probability

For citation: Radaykin O.V. Clarification of the provisions of the limit state method regarding the normalization of the "σ – ε" dependences of concrete under compression and tension. Part 2. *Beton i Zhelezobeton* [Concrete and Reinforced Concrete]. 2025, no. 4 (629), pp. 58–66. (In Russian). DOI: [https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-4\(629\)-58-66](https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-4(629)-58-66). EDN: JPLHAM

Author contribution statement

The author takes responsibility for all aspects of the paper.

Funding

No funding support was obtained for the research.

Conflict of interest

The author declares no conflict of interest.

Received 23.04.2025

Revised 21.05.2025

Accepted 29.05.2025

Введение

Введем понятие: **коэффициент статистической трансформации эталонного закона деформирования бетона при сжатии – γ_c (растяжении – γ_t)** – это такой коэффициент надежности, деля на который значения нормальных напряжений σ и умножая на него соответствующие относительные деформации ε в эталонном законе деформирования бетона, получают минимальные пределы односторонних доверительных интервалов в оценках p -перцентилей σ и ε для построения через эти оценки соответствующего расчетному случаю трансформированного закона деформирования бетона. Исходя из данного определения, вытекают следующие выражения трансформации (расшифровку обозначений входящих в формулу величин см. в первой части статьи [1])

$$f_{b,tr}(\varepsilon_b) = \frac{1}{\gamma_c} f_{b,st}(\gamma_c \varepsilon_b), \varepsilon_b \in \left[0; \frac{\varepsilon_{b,ult}}{\gamma_c}\right], \quad (1)$$

$$f_{bt,tr}(\varepsilon_{bt}) = \frac{1}{\gamma_t} f_{bt,st}(\gamma_t \varepsilon_{bt}), \varepsilon_{bt} \in \left[0; \frac{\varepsilon_{bt,ult}}{\gamma_t}\right].$$

В общем виде введенный выше коэффициент с учетом принятых предпосылок а) и б) п. 4.1 [1] отдельно для сжатия и растяжения определяется следующими формулами:

$$\gamma_c = \frac{1}{1 - z_p V_c - \frac{t_{\alpha;n-1}}{\sqrt{n}} k_p V_c}, \gamma_t = \frac{1}{1 - z_p V_t - \frac{t_{\alpha;n-1}}{\sqrt{n}} k_p V_t}, \quad (2)$$

$$k_p = \sqrt{1 + 0,5z_p^2},$$

где V_c, V_t – нормативные коэффициенты вариации в генеральной совокупности для механической характеристики бетона, находящегося соответственно в условиях сжатия и растяжения;

n – количество экспериментальных образцов, по которым проводится контроль данной характеристики (например, $n = 30$ шт.);

z_p – перцентиль стандартного нормального распределения;

$t_{\alpha;n-1}$ – квантиль распределения Стьюдента;

k_p – параметр, уточняющий коэффициент вариации при переходе от интервальных оценок среднего к интервальным оценкам перцентилей, принимается из решения вероятностного уравнения, приведенного в [2];

α – уровень доверительной вероятности ($\alpha = 0,95$);
 p – фиксированная вероятность p -перцентилей нормального распределения: $p = 0,5$ – для эталонного и осредненного законов деформирования (для

них $\gamma_c = \frac{1}{1 - \frac{t_{\alpha;n-1} V_c}{\sqrt{n}}}$ и $\gamma_t = \frac{1}{1 - \frac{t_{\alpha;n-1} V_t}{\sqrt{n}}}$; $p = 0,05$ – для нормативного (базового) закон деформирования; $p = 0,004$ – для расчетного закона деформирования бетона для расчетов по первой группе предельных состояний; $p \in (0,004; 0,05]$ – для расчетного закона деформирования бетона для расчетов по второй группе предельных состояний.

При большой выборке $n \geq 1000$ шт. в формуле (5) квантили распределения Стьюдента $t_{\alpha;n-1} \rightarrow 0$, тогда:

$\gamma_c = \frac{1}{1 - z_p V_c}, \gamma_t = \frac{1}{1 - z_p V_t}$. И далее для эталонного и осредненного законов деформирования с большой выборкой будем иметь $\gamma_c = 1$ и $\gamma_t = 1$.

В качестве примера примем $V_c = V_t = 0,135$, $\alpha = 0,95$ и три варианта значений количества контрольных образцов n , равное 3, 30 и 10^6 шт. Получаемые по формулам (2), с учетом этих исходных данных, результаты для различных законов деформирования сведем в табл. 1.

Из табл. 1 видно, что с увеличением объема выборки (количества контрольных образцов бетона) коэффициенты трансформации уменьшаются и величины σ, ε в законах деформирования стремятся к точечным своим оценкам. Собственные расчеты показали, что при $n = 1000$ шт. отличие в значениях коэффициентов γ_c, γ_t со случаем $n = 10^6$ шт. не превышает 2,7 %, что можно считать несущественным. Из табл. 1 также видно, что при $n = 3$ для первой группы предельных состояний коэффициент трансформации, а, по существу, это и есть коэффициент запаса по прочности бетона, составляет весьма значительную величину – 6,318. Для второй группы предельных состояний обратная величина этого коэффициента $1/\gamma_c$ является по сути

Таблица 1
Коэффициенты статистической трансформации эталонного закона деформирования бетона при сжатии и растяжении для случая $V_c = V_t = 0,135$ и $\alpha = 0,95$

Table 1
Coefficients of statistical transformation of the reference law of concrete deformation under compression and tension for the case of $V_c = V_t = 0,135$ and $\alpha = 0,95$

Закон деформирования бетона	Фиксированная вероятность p для p -перцентиля	Число Стьюдента для одностороннего доверительного интервала, $t_{\alpha, n-1}$			p -перцентиль стандартного нормального распределения, z_p	Коэффициенты статистической трансформации по (5), $\gamma_c = \gamma_t$		
		$n = 3$	$n = 30$	$n = 10^6$		$n = 3$	$n = 30$	$n = 10^6$
Эталонный	0,5	2,920	1,6991	1,0	0	1,295	1,044	1,0
Осредненный	0,5	2,920	1,6991	1,0	0	1,295	1,044	1,0
Нормативный	0,05				1,645	2,332	1,401	1,286
Расчетный для I-й группы ПС	0,004				2,878	6,318	1,808	1,559
Расчетный для II-й группы ПС	0,05				1,645	2,332	1,401	1,286

тем же коэффициентом 0,8, что стоит в формуле (16) ГОСТ 18105-2018 [3] при контроле по схеме Г. Проведем расчет коэффициента $1/\gamma_c$ при соответствующих значениях V_c и n , приведенных в табл. 3 этого ГОСТ [3] (табл. 2).

По последнему столбцу табл. 2 видно, что **ошибка назначения граничных коэффициентов вариации в табл. 3 ГОСТ 18105-2018 [3] составляет от +17,9 до -21,67 %, что весьма существенно и в конечном счете чревато аварийными ситуациями.** Безопасными будут лишь случаи контроля прочности бетона по 3–8 образцам и при количестве образцов более 10^4 .

Теперь покажем, как на основе формулы (5) могут быть вычислены коэффициенты надежности по бетону γ_b и γ_{bt} из п. 6.1.11 СП 63.13330.2018 [4]. Если формализовать подход к их определению, то с точки зрения теории математической статистики и изложенных выше авторских предпосылок каждый из них является отношением длин односторонних доверительных интервалов (при доверительной вероятности $\alpha = 0,95$) для точечной оценки соответственно 5-го перцентиля и 0,4-го перцентиля прочности бетона на сжатие и растяжение:

$$\gamma_b = \frac{1 - z_5 V_c - \frac{t_{\alpha, n-1} k_5 V_c}{\sqrt{n}}}{1 - z_{0,4} V_c - \frac{t_{\alpha, n-1} k_{0,4} V_c}{\sqrt{n}}}, \gamma_{bt} = \frac{1 - z_5 V_t - \frac{t_{\alpha, n-1} k_5 V_t}{\sqrt{n}}}{1 - z_{0,4} V_t - \frac{t_{\alpha, n-1} k_{0,4} V_t}{\sqrt{n}}}, \quad (3)$$

$$k_5 = \sqrt{1 + 0,5 z_5^2}, k_{0,4} = \sqrt{1 + 0,5 z_{0,4}^2},$$

где $z_5, z_{0,4}$ – соответственно 5-й и 0,4-й перцентили нормального распределения прочности бетона.

Следствием формулы (3) при предпосылке

$V_c = V_t$ является $\gamma_b = \gamma_{bt}$. Если подставить в нее такие данные: $n = 30$ шт., $V_c = V_t = 0,135$ и $\alpha = 0,95$, то получим $\gamma_b = \gamma_{bt} = 1,291$, что практически совпадает со значением $\gamma_b = \gamma_{bt} = 1,3$ из п. 6.1.11 [4] (отличие всего 0,69 %). Примечание: если контроль прочности бетона на растяжение проводится косвенно через прочность на сжатие по неким корреляционным зависимостям, то в п. 6.1.11 [4] принимается $\gamma_{bt} = 1,5 > 1,3$. Так было принято исходя из предположения, что в действительности бетон имеет более высокую изменчивость (ее характеризует коэффициент вариации V) прочности при растяжении, чем при сжатии. Однако это допущение вступало в противоречие с п. 1.3.2 ГОСТ 26633-91 [5], где было занормировано: $V_c = V_t = 0,135$. Получить значение $\gamma_{bt} = 1,5$ согласно формуле (6) можно только при коэффициенте вариации $V_t = 0,1757$, что также противоречит [5]. Примерно такое же значение $V_t = 0,18$ приводит А.С. Лычев в [6]. Полученное значение превышает на 30,1 % ранее занормированное 0,135 и на 9,8 % предельное значение $V_u = 0,16$ из табл. А.1 актуального на сегодня ГОСТ 18105-2018 [3].

Можно отметить работу [7], в которой приведены коэффициенты запаса (надежности), для которых формулы строятся схожим образом, что предложены в данной статье – формулы (2) и (3). Но в [7] не учитывается влияние выборочных оценок прочности, потребность в которых возникает в связи с выполнением контроля качества выпускаемых бетонов.

Самое важное, что следует сказать в отношении формул (2) и (3) – **пока на уровне ГОСТ окончательно не будут занормированы коэффициенты вариации V_c, V_t прочностных и деформационных**

Таблица 2
 Расчет коэффициента $1/\gamma_c$ при исходных данных табл. 3 ГОСТ 18105–2018 [3] и $p = 0,05, \alpha = 0,95$
 Table 2

Calculation of the coefficient $1/\gamma_c$ based on the initial data of Table 3 of the State Standard 18105–2018 [3] and $p = 0,05, \alpha = 0,95$

Число единичных измерений, n , шт.	Граничный коэффициент вариации, V_r , %	Коэффициент $1/\gamma_c$	Коэффициент вариации при $1/\gamma_c = 0,8, V_c$, %	$\frac{V_c - V_r}{V_r} \times 100$ %
3	4	0,831	4,717	+17,9
5	6	0,814	6,45	+7,5
8	7,5	0,8	7,5	0
10	8	0,797	7,9	-1,25
15	9	0,789	8,55	-5,0
20	10	0,776	8,95	-10,5
30	12	0,746	9,45	-21,25
10^4	12	0,8	12	0
10^6	12	0,802	12,15	+1,25

свойств бетона, ни о каком соблюдении расчетных положений метода предельных состояний в СП 63.13330.2018 [4] говорить не приходится.

На сегодняшний день такая несогласованность нормативных документов, касающихся качества бетона, с одной стороны, и механического расчета железобетонных конструкций, с другой стороны, порождает в среде материаловедов ошибочное понимание, что якобы нет никакой необходимости учитывать коэффициент вариации при контроле прочности бетона железобетонных конструкций [8]. Как видно из формул (2) и (3), это не так.

Ранее в нормах предпринимались попытки это условие выполнить, но с переменным успехом. Так, до 2012 г. (ГОСТ 26633-91 (п. 1.3.2) [5] и ГОСТ 26633-2012 [9], ГОСТ 26633-2015 [10]) в отношении пределов прочности тяжелого и мелкозернистого бетонов на сжатие и растяжение указанное условие выполнялось – устанавливался нормативный коэффициент вариации: $V_c = V_t = 0,135$, что обязывало производителей бетонов строго соблюдать технологию производства для получения продукции с требуемыми значениями показателей надежности, а самое главное, что отвечало расчетным требованиям СНиП 2.03.01-84* [11] по проектированию бетонных и железобетонных конструкций в части назначения классов бетона по прочности и коэффициентов надежности по материалу для расчетов по первой группе предельных состояний (см. числовой пример после формулы (3)). После 2012 года это требование было убрано, по всей видимости, для снижения издержек производства бетонов, но при этом расчетные положения СНиП 52-01-2003 [12], а затем СП 63.13330.2018 [4] остались неизменными при назначении показателей надежности.

Такое несоответствие сегодня чревато негативными последствиями, вплоть до аварийных ситуаций на строящихся объектах.

Единственное, что осталось – это требования ГОСТ 18105-2018 [3], в котором приняты следующие значения коэффициентов вариации:

- $V_c = V_t = 0,16$ – для контроля по схемам А и В (для схемы Б значения не приводятся);
- $V_c = V_t = 0,04-0,12$ – для контроля по схеме Г по данным табл. 3 [3] в зависимости от числа контрольных образцов;
- $V_c = V_t = 0,094$ – для контроля на 30 образцах также по схеме Г, но по данным формулы (16) ГОСТ 18105-2018 [3] и с учетом расчетов по предложенной формуле (6).

Как было доказано выше (числовой пример под формулой (3)), для нормирования характеристик бетона в [4] коэффициенты вариации принимают $V_c = V_t = 0,135$, а количество контрольных образцов – 30 шт., то есть из ГОСТ 18105-2018 [3] принимается схема контроля А, для которой в этом же ГОСТ $V_c = V_t = 0,16$. Выявлены очередные противоречия и несогласованность разных нормативных документов по одному и тому же вопросу. Для исправления ситуации следует либо в [3] для схемы контроля А принять коэффициент вариации 0,135, либо в самом СП [4] коэффициенты надежности по бетону назначить $\gamma_b = \gamma_{bt} = 1,41$ вместо 1,3. В обоих случаях в СП [4] следует обозначить, что представленные в нем характеристики бетона контролируются по схеме А ($n = 30$ шт.), приведенной в [3].

Нельзя не отметить следующее: для того, чтобы обеспечить требуемые значения показателей однородности свойств бетона, необходимо задать более

жесткие требования к главной составляющей бетонной смеси – цементу. Так, в п. 2.18. ГОСТ 10178-76 [13] раньше было такое указание: «Цемент, которому в установленном порядке присвоен государственный Знак качества, должен удовлетворять следующим дополнительным требованиям: обладать стабильными показателями прочности при сжатии, коэффициент вариации прочности для цемента марок 300 и 400 должен быть не более 5 %, а для цемента марок 500, 550 и 600 – не более 3 %». Это вполне позволяло получать бетоны с V_c и $V \leq 0,135$. В последующих редакциях ГОСТ по цементу требования стали мягче. Так, в табл. 2 ГОСТ 31108-2020 [14] приводятся минимальная и максимальная границы двухстороннего доверительного интервала оценки прочности цемента на сжатие, при этом класс прочности цемента определяется минимальной границей. Согласно этому положению, коэффициент статистической трансформации (2) преобразуется в вид:

$$\gamma_{cc} = \frac{1}{1 - z_{p/2} V_{cc} - \frac{t_{\alpha;n-1}}{\sqrt{n}} k_{p/2} V_{cc}}, \quad (4)$$

где $z_{p/2}$ – двухсторонний перцентиль стандартного нормального распределения (с фиксированной вероятностью $p = 2 \times 0,05 = 0,1$, или 10 %);

$t_{\alpha;n-1}$ – односторонний квантиль распределения Стьюдента (с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$);

$k_{p/2}$ – параметр, уточняющий коэффициент вариации при переходе от интервальных оценок среднего к интервальным оценкам перцентиля, принимается равным $k_{p/2} = \sqrt{1 + 0,5z_{p/2}^2}$.

Двухсторонний перцентиль в формулу (4) пришлось ввести по причине представления прочности цемента на сжатие в табл. 2 [14] в виде интервала с минимальной и максимальной границами. Для нормирования характеристик технических объектов такое представление данных не применяется и в рассматриваемом ГОСТ встречается впервые, что выбивается не только из общепризнанной практики проектирования технических объектов в целом, но и из расчетных канонов

строительной отрасли в частности.

Согласно формулам, для оценки границ доверительных интервалов запишем нижнюю границу оценки средней прочности цемента на сжатие:

$$R_{\min} = \frac{\bar{R}}{\gamma_{cc}}, \quad R_{\max} = \bar{R} \left(1 - z_{p/2} V_{cc} \pm \frac{t_{\alpha;n-1}}{\sqrt{n}} k_{p/2} V_{cc} \right). \quad (5)$$

Выразим из формулы (5) коэффициент вариации:

$$V_{cc} = \frac{1 - \frac{\bar{R}}{R_{\min}}}{z_{p/2} + \frac{t_{\alpha;n-1}}{\sqrt{n}} k_{p/2}} = \frac{1 - \frac{\bar{R}}{R_{\max}}}{z_{p/2} - \frac{t_{\alpha;n-1}}{\sqrt{n}} k_{p/2}}. \quad (6)$$

По аналогии с (3) коэффициент надежности по материалу (для перехода от нормативных характеристик к расчетным по первой группе предельных состояний) для цемента будет равен:

$$\gamma_{cm} = \frac{1 - z_{10} V_{cc} - \frac{t_{\alpha;n-1}}{\sqrt{n}} k_{10} V_{cc}}{1 - z_{0,8} V_{cc} - \frac{t_{\alpha;n-1}}{\sqrt{n}} k_{0,8} V_{cc}}. \quad (7)$$

Расчет коэффициентов по формулам (4–7), по данным [14], сведем в табл. 3.

Получили, что коэффициент вариации прочности цемента находится в пределах 0,112–0,181, что значительно превышает ранее установленные пределы 0,03–0,05 (п. 2.18. [13]). **Получить на основе такого цемента бетон с требуемой однородностью 0,135 или даже 0,160 невозможно!** Выявлена очередная несогласованность действующих нормативных документов по смежным вопросам. Выход из ситуации видится такой: повысить требования по однородности цемента в ГОСТ.

Подход, когда расчетные характеристики бетона для первой и второй групп предельных состояний выражаются не через средние значения, а через 5-й перцентиль, то есть когда коэффициенты надежности по материалу получаются по формуле (3), мягко скажем, «самобытный», характерный только для

Таблица 3
Table 3

Коэффициенты вариации и статистической трансформации прочности цемента на сжатие
Coefficients of variation and statistical transformation of cement compressive strength

Класс прочности цемента, МПа	Прочность на сжатие, R, МПа			V_c по (9)	γ_{cc} по (7)	γ_{cm} по (10)
	R_{\min}	$\bar{R} = \frac{R_{\min} + R_{\max}}{2}$	R_{\max}			
32,5	32,5	42,5	52,5	0,181	1,444	1,525
42,5	42,5	52,5	62,5	0,138	1,308	1,313
52,5	52,5	62,5*	72,5*	0,112	1,235	1,223

Примечание: * – эти значения в самом ГОСТ [14] не приводятся, они получены автором по линейной экстраполяции на основе имеющихся в нем данных.

механического расчета строительных конструкций. В математике, физике, теории надежности, метрологии, в других нестроительных прикладных науках (машиностроении, электротехнике и т. п.), в технике в целом такого нигде больше нет, что порождает определенные неудобства на пути интеграции научных знаний и внедрения междисциплинарного подхода в строительную инженерию. Как минимум **такой подход создает ложное представление у инженера об имеющихся запасах по физико-механическим свойствам материала.** Например, $\gamma_b = 1,3$ – это не означает, что для сжатого бетона мы принимаем запас по прочности 30 %. На самом деле этот запас определяет коэффициент трансформации по формуле (3), введенный автором, который для принятых в нормах предпосылок равняется $\gamma_c = 1,808$ (табл. 1), то есть фактически запас составляет 80,8 %. При этом вопрос об оценке запасов для расчетов по второй группе в нормах даже не ставится. А авторский коэффициент трансформации (3) позволяет без каких-либо затруднений его решить: $\gamma_c = 1,401$, то есть запас равен 40,1 %.

Во всех отраслях знаний нормирование свойств всевозможных технических объектов производится через оценку **p-перцентилей** (либо реже α -квантилей, что, по сути, одно и то же: $\alpha = p/100$ %, то есть кому как удобно), а в качестве приближения истинного принимается **среднее** значение. Для этого задают: а) для генеральной совокупности вероятность перцентилея, p ; б) для выборки доверительную вероятность одностороннего интервала, α ; в) коэффициент вариации (либо среднеквадратическое отклонение), V , обычно полагая, что в генеральной совокупности и в выборке он один и тот же; г) объем выборки (количество контрольных образцов), n . В расчетах же строительных конструкций в качестве точечной оценки истинного значения принимается не среднее значение, а производный для него параметр – 5-й перцентиль.

В этой ситуации удобным и правильным было бы, с одной стороны, вернуться на шаг назад и начать нормировать, как и раньше (до 1986 г.), свойства бетона по среднему значению, то есть назначать марки бетона, но пойти дальше этого и строго регламентировать четыре параметра, указанных выше, для контроля этих свойств:

а) вероятности перцентилея: $p_n = 5$ % – для нормативных значений « $\sigma - \varepsilon$ »; $p_1 = 0,4$ – для расчетных значений в расчетах по первой группе предельных состояний; $p_{II} = (0,4$ %; 5 %) – для расчетных значений в расчетах по второй группе ($p_{II} = 5$ %, если нет иных указаний проекта либо требований норм);

б) доверительную вероятность одностороннего доверительного интервала: $\alpha = 0,95$ – одинаковую для нормативных и расчетных значений;

в) коэффициент вариации физико-механических свойств при сжатии и растяжении, V_c, V_t ;

г) объем выборки – количество контрольных образцов, n (30 шт.).

Тогда все становится ясным и прозрачным:

Нормирование параметра P : марка = $P, p_n, p_1, p_{II}, \alpha, V, n$. (8)

Трансформация P для расчетов по первой группе предельных состояний:

$$P_I = \frac{\bar{P}}{\gamma_{PI}}, \gamma_{PI} = \frac{1}{1 - z_{pI} V - \frac{t_{\alpha; n-1}}{\sqrt{n}} k_{pI} V}. \quad (9)$$

Трансформация P для расчетов по второй группе предельных состояний:

$$P_{II} = \frac{\bar{P}}{\gamma_{PII}}, \gamma_{PII} = \frac{1}{1 - z_{pII} V - \frac{t_{\alpha; n-1}}{\sqrt{n}} k_{pII} V}. \quad (10)$$

В формулах (8–10) P – определенный параметр зависимости « $\sigma - \varepsilon$ », подлежащий нормированию и используемый в расчетах: например, это прочность бетона на сжатие или растяжение, начальный модуль деформаций, предельные относительные деформации на сжатие или растяжение и т. п., P – марка бетона по данному параметру, то есть среднее значение P , которое, по сути, является эталонным значением параметра; P_I, P_{II} – расчетные значения параметра P соответственно для расчетов по первой и второй группам предельных состояний; $\gamma_{PI}, \gamma_{PII}$ – коэффициенты статистической трансформации эталонного значения рассматриваемого параметра (по аналогии с формулой (2)).

Из такого подхода вытекает более строгое, а потому и более адекватное представление о том, что такое нормативная величина характеристики того или иного свойства бетона. По сути, это **совокупность семи параметров со своими значениями**, представленными в формуле (8). **Если какой-то из семи параметров отсутствует, то ни о каком полноценном нормировании с целью последующего расчета говорить не приходится.**

Исследование нормативных документов прошлых лет на примере кубиковой прочности тяжелого бетона на сжатие R показало, что:

– до 1986 г. нормированию подлежали: $P = M$ – марка бетона по прочности на сжатие, n ;

– с 1986 по 2012 г.: $R_{II} = B$ – класс бетона по прочности на сжатие ($B \approx \frac{M}{0,75}$), $p_1 = 0,4$ % – косвенно через $\gamma_b = 1,3$, $p_{II} = 5$ %, $\alpha = 0,95$, $V = 0,135$ [5], n (п. 3.1 [15] и п. 4.3 [16]);

– с 2012 г. по настоящее время: $R_{II} = B$, $p_1 = 0,4$ %, $p_{II} = 5$ %, $\alpha = 0,95$, n .

Получается, что на протяжении всего периода применения полувероятностного подхода метода предельных состояний в расчетах железобетонных конструкций нормирование свойств бетона было и остается неполным (незавершенным). Исправить это упущение позволяют формулы (8–10).

Выводы

1. Показана несогласованность и несовершенство нормативных документов РФ: а) по контролю однородности свойств бетона [3]; б) на технические условия его применения [10]; в) на технические условия цемента как главной составляющей бетона [14]; г) по механическому расчету железобетонных конструкций по двум группам предельных состояний [4], что чревато аварийными ситуациями на строящихся объектах:

– в нормативах а) и б) требования по однородности свойств бетона более «мягкие» (коэффициент вариации равен $V = 0,16$), чем по расчетным предпосылкам в г) ($V = 0,135$);

– в нормативе в) требования по однородности свойств цемента недостаточно «жесткие» ($V = 0,112–0,181$), чтобы обеспечить требуемые значения показателей надежности бетона по а) и г).

Исходя из этого, для нормативов а), б) и г) следует ввести единый стандарт однородности физико-механических свойств бетона, например принять $V = 0,135$ либо иное значение, что подлежит обсуждению, согласуясь с современными реалиями. А в в) следует ужесточить требования для цемента, например как было ранее в [13], принять $V = 0,03–0,05$, что также следует совместно обсудить ученым и производственникам.

2. В [4] необходимо провести ревизию терминологии, касающейся расчетов по нелинейной деформационной модели, как это описано в первой части статьи [1], и ввести недостающие с точки зрения общей логики метода предельных состояний новые понятия, такие как: эталонный закон и эталонная диаграмма деформирования бетона при осевом центральном сжатии (растяжении), трансформированный закон и трансформированная диаграмма деформирования бетона при сжатии (растяжении) и другие понятия, предложенные и четко сформулированные в статье.

3. На основе строгого вероятностного анализа автором получен коэффициент статистической трансформации эталонного закона деформирования бетона при сжатии – γ_c (растяжении – γ_r), который позволяет переходить от эталонного ко всем прочим законам деформирования, необходимым в расчетах железобетонных конструкций по двум группам предельных состояний. Кроме этого, данный коэффициент, в отличие от имеющихся в нормах коэффициентов надежности по материалу, дает полное и более адекватное представление об имеющихся запасах по физико-механическим свойствам бетона. Так, показано, что при нормативных предпосылках расчета запас для первой группы предельных состояний составляет 80,8 %, а для второй – 40,1 %.

4. Доказано, что для полноценного нормирования прочностных и деформационных характеристик бетона необходимо занормировать минимально 7 параметров, представленных в формуле (8), для каждой из характеристик: $P, \rho_p, \rho_r, \rho_{II}, \alpha, V, n$. На сегодняшний

день нормирование выполнено только для 5 параметров: $P, \rho_p, \rho_{II}, \alpha, n$, что не позволяет гарантировать требуемый уровень надежности принимаемых по нормам технических решений. Установлено, что на протяжении всего периода применения полувероятностного подхода метода предельных состояний в нормативных расчетах железобетонных конструкций нормирование свойств бетона было и остается неполным, неопределенным. Исправить это упущение позволяют формулы (8–10).

Список литературы

1. Радайкин О.В. Уточнение положений метода предельных состояний в части нормирования зависимостей « $\sigma - \varepsilon$ » бетона при сжатии и растяжении. Часть 1 // *Бетон и железобетон*. 2025. № 3 (628). С. 69–79. DOI: [https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-3\(628\)-69-79](https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-3(628)-69-79). EDN: XMUZPX.
2. Симахин В.А. Адаптивные оценки: монография. Курган: Изд-во Курганского государственного университета, 2019. 240 с.
3. ГОСТ 18105-2018. Бетоны. Правила контроля и оценки прочности. Москва: Стандартинформ, 2019.
4. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003 (с Изменениями № 1, 2). Москва: ФГБУ «РСТ», 2022.
5. ГОСТ 26633-91. Бетоны тяжелые и мелкозернистые. Технические условия. Москва: Стандартинформ, 2005.
6. Лычев А.С. Оптимизация материалоемкости строительных конструкций вероятностными методами: дис. д-р техн. наук.: 05.23.01 / Моск. инж.-строит. ин-т им. В.В. Куйбышева. Москва, 1989. 339 с.
7. Горбунов И.А., Капустин Д.Е. Расчетное сопротивление бетона и сталефибробетона в вероятностной трактовке // *Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова*. 2019. № 1. С. 58–64. DOI: https://doi.org/10.12737/article_5c5062099aebc6.33938587.
8. Беленцов Ю.А., Рощупкин А.А. Оценка необходимости учета коэффициента вариации при приемке бетона монолитных конструкций // *Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова*. 2014. № 6. С. 70–73.
9. ГОСТ 26633-2012. Бетоны тяжелые и мелкозернистые. Технические условия. Москва: Стандартинформ, 2014.
10. ГОСТ 26633-2015. Бетоны тяжелые и мелкозернистые. Технические условия. Москва: Стандартинформ, 2019.
11. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции. Москва: ЦИТП Госстроя СССР, 1985.
12. СНиП 52-01-2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Москва: ФГУП «ЦПП», 2004.
13. ГОСТ 10178-76. Портландцемент и шлакопортландцемент. Технические условия. Москва, 1978.

14. ГОСТ 31108-2020. Цементы общестроительные. Технические условия. Москва: Стандартиформ, 2020.
15. ГОСТ 18105-86. Бетоны. Правила контроля прочности. Москва: Стандартиформ, 2000.
16. ГОСТ 18105-2010. Бетоны. Правила контроля и оценки прочности. Москва: Стандартиформ, 2018.
13. State Standard 10178-76. Portland cement and slag portland cement. Specifications. Moscow, 1978. (In Russian).
14. State Standard 31108-2020. Common cements. Specifications. Moscow: Standartinform Publ., 2020. (In Russian).
15. State Standard 18105-86. Concretes. Rules for the strength control. Moscow: Standartinform Publ., 2000. (In Russian).
16. State Standard 18105-2010. Concretes. Rules for control and assessment of strength. Moscow: Standartinform Publ., 2018. (In Russian).

References

1. Radaykin O.V. Clarification of the provisions of the limit state method regarding the normalization of the " $\sigma - \epsilon$ " dependences of concrete under compression and tension. Part 1. *Beton i Zhelzobeton = Concrete and Reinforced Concrete*. 2025, no. 3 (628), pp. 69–79. (In Russian). DOI: [https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-3\(628\)-69-79](https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-3(628)-69-79). EDN: XMUZPX.
2. Simakhin V.A. Adaptive assessments: Monograph. Kurgan: Publishing House of Kurgan State University, 2019, 240 p. (In Russian).
3. State Standard 18105-2018. Concretes. Rules for control and assessment of strength. Moscow: Standartinform Publ., 2019. (In Russian).
4. SP 63.13330.2018. Concrete and reinforced concrete structures. General provisions. Updated version of SNiP 52-01-2003 (with Changes No. 1, 2). Moscow: FSBI RST Publ., 2022. (In Russian).
5. State Standard 26633-91. Heavy-weight and sand concretes. Specifications. Moscow: Standartinform Publ., 2005. (In Russian).
6. Lychev A.S. Optimization of the material consumption of building structures by probabilistic methods: diss. Dr. Sci. (Eng.) 05.23.01 / Moscow Institute of Civil Engineering named after V.V. Kuibyshev. Moscow, 1989, 339 p. (In Russian).
7. Gorbunov I.A., Kapustin D.E. Statistical substantiation of concrete and steel fiber reinforced concrete strength. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2019, no. 11, pp. 58–64. (In Russian). DOI: https://doi.org/10.12737/article_5c5062099aebc6.33938587.
8. Belentsov Yu.A., Roshchupkin A.A. Assessment of the need to take into account the coefficient of variation at acceptance concrete for monolithic structures. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2014, no. 6, pp. 70–73. (In Russian).
9. State Standard 26633-2012. Heavy-weight and sand concretes. Specifications. Moscow: Standartinform Publ., 2014. (In Russian).
10. State Standard 26633-2015. Heavy-weight and sand concretes. Specifications. Moscow: Standartinform Publ., 2019. (In Russian).
11. SNiP 2.03.01-84*. Concrete and reinforced concrete structures. Moscow: CISD of the Gosstroy of the USSR. 1985. (In Russian).
12. SNiP 52-01-2003. Concrete and reinforced concrete structures. Principal rules. Moscow: FSUE CPP Publ., 2004. (In Russian).

Информация об авторе / Information about the author

Олег Валерьевич Радайкин, д-р техн. наук, профессор кафедры «Энергообеспечение предприятий, строительство зданий и сооружений», ФГБОУ ВО «Казанский государственный энергетический университет»; директор центра развития промышленного дизайна института дизайна и пространственных искусств, ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», Казань
e-mail: olegxxii@mail.ru

Oleg V. Radaykin, Dr. Sci. (Engineering), Professor of the "Energy Supply of Enterprises, Construction of Buildings and Structures" Department, FSBEI HE Kazan State Power Engineering University; Director of the Industrial Design Development Center of the Institute of Design and Spatial Arts of Kazan Federal University, FSAEI HE Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan
e-mail: olegxxii@mail.ru