

УДК 624.075.23

[https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-4\(629\)-5-18](https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-4(629)-5-18)**С.А. ЗЕНИН<sup>1,✉</sup>, Е.А. РЕДИКУЛЬЦЕВ<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Научно-исследовательский, проектно-конструкторский и технологический институт бетона и железобетона (НИИЖБ) им. А.А. Гвоздева АО «НИЦ «Строительство», 2-я Институтская ул., д. 6, к. 5, г. Москва, 109428, Российская Федерация

<sup>2</sup> ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», ул. Мира, д. 19, г. Екатеринбург, 620002, Российская Федерация

# АНАЛИЗ РАСЧЕТНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С КРУГЛОЙ ФОРМОЙ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ ДЕЙСТВИИ ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ

## Аннотация

**Введение.** В действующих отечественных нормативных документах по проектированию железобетонных элементов (СП 63.13330.2018) отсутствуют указания по расчету изгибаемых и внецентренно сжатых элементов нестандартной (отличной от прямоугольной) формы при действии поперечных сил. В рамках ранее проведенных в НИИЖБ им. А.А. Гвоздева исследований была предложена методика оценки несущей способности наклонных сечений нестандартной формы, которая имеет удовлетворительную сходимость с экспериментами, проведенными отечественными и зарубежными исследователями. В настоящей работе выполнен анализ ранее разработанной методики и предложено ее уточнение для сечений, имеющих круглую форму. Также выполнено сравнение результатов имеющихся опытных данных с результатами расчетов по уточненной методике с оценкой уровня ее надежности.

**Цель.** Уточнение методики расчета прочности наклонных сечений изгибаемых и внецентренно сжатых железобетонных элементов с нестандартной (отличной от прямоугольной) формой поперечного сечения при действии поперечных сил, выполнение сравнения предлагаемой методики расчета с имеющимися опытными данными и результатами численных экспериментов.

**Материалы и методы.** Теоретические исследования проведены на основе результатов испытаний, проведенных ранее зарубежными исследователями для элементов круглого поперечного сечения. В общей

сложности расчет выполнен для 13 образцов круглого поперечного сечения.

**Результаты.** Проанализированы результаты экспериментов и данные отечественных и зарубежных нормативных документов. Предложена уточненная методика определения несущей способности железобетонных элементов круглого сечения на действие поперечной силы по наклонной трещине. По результатам выполненного сравнения предложенной методики с данными экспериментов установлено, что предложенная методика обеспечивает необходимый уровень надежности – среднее отношение экспериментальной несущей способности к расчетному значению составляет 1,241 при среднеквадратичном отклонении 0,123. Установлено, что наибольшее отклонение результатов расчета по предлагаемой уточненной методике наблюдается для бетонов с более высокой прочностью, в связи с чем представляется целесообразным провести дополнительные опытные исследования образцов из бетонов высоких классов, в том числе образцов, изготовленных из высокопрочных бетонов (класс выше В60).

**Выводы.** Предложена уточненная методика для вычисления несущей способности железобетонных элементов круглого сечения на действие поперечной силы по наклонной трещине. При разработке методики учтена преемственность с действующими отечественными нормативными документами в части элементов прямоугольного сечения. Проведена проверка предложенной методики с учетом имеющихся результатов экспериментов для 13 опытных образцов,

выполненных различными авторами. В соответствии с выполненной оценкой результатов испытаний установлено, что предлагаемая методика обеспечивает достаточный резерв надежности. С целью дополнительной проверки для бетонов с высокой прочностью рекомендовано провести дополнительные испытания, в том числе для высокопрочных бетонов.

**Ключевые слова:** изгибаемые элементы, железобетон, прочность, поперечные силы, наклонные сечения, расчет, надежность, круглое поперечное сечение, поперечная арматура

**Для цитирования:** Зенин С.А., Редикульцев Е.А. Анализ расчетных зависимостей для оценки железобетонных изгибаемых элементов с круглой формой поперечного сечения при действии поперечных сил // *Бетон и железобетон*. 2025. № 4 (629). С. 5–18. DOI: [https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-4\(629\)-5-18](https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-4(629)-5-18). EDN: QZCDNO

#### Вклад авторов

Зенин С.А. – разработка аналитических методов расчета прочности изгибаемых элементов с нестандартной формой поперечного сечения при действии поперечных сил, написание и корректировка статьи.

Редикульцев Е.А. – разработка методики расчета поперечных сечений при помощи численных методов и анализ полученных результатов, написание статьи.

#### Финансирование

Исследование выполнено за счет собственных средств авторов.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 10.04.2025

Поступила после рецензирования 29.05.2025

Принята к публикации 05.06.2025

**S.A. ZENIN<sup>1,✉</sup>, E.A. REDIKULTSEV<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Research Institute of Concrete and Reinforced Concrete named after A.A. Gvozdev, JSC Research Center of Construction, 2nd Institutskaya str., 6, bld. 5, Moscow, 109428, Russian Federation

<sup>2</sup> FSAEI HE Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Mira str., 19, Yekaterinburg, 620002, Russian Federation

# ANALYSIS OF THE CALCULATED RELATION FOR EVALUATING OF THE STRENGTH OF BENT REINFORCED CONCRETE ELEMENTS WITH CIRCULAR CROSS-SECTION UNDER THE ACTION OF SHEAR FORCES

## Abstract

**Introduction.** Current Russian codes of design of reinforced concrete elements do not have rules and considerations for analysis of bent and compressed elements with irregular (not similar to rectangle) shape of cross-section under the action of shear forces. As result of previous investigations which were conducted in Research Institute of Concrete and Reinforced Concrete (NIIZNB) named after A.A. Gvozdev, new method of evaluating of the bearing capacity of inclined cross-section was proposed. Developed method has good matching with the results of experiments, conducted by Russian and foreign researchers. This paper deals with comparison of results of experiments with analysis by proposed model.

**Aim.** Further improvement of methods of analysis of strength of inclined sections of bent and compressed elements with irregular (not similar to rectangle) shape of cross-section under the action of shear forces. Comparison of proposed model with available data of experiments and results of numerical analysis.

**Materials and methods.** Theoretical investigations have been conducted on base of results of experiments, conducted earlier by Russian and foreign researchers for elements with circular cross-section. Totally, analysis has been performed for 13 samples with circular cross-section.

**Results.** Quality analysis of results of experiments and considerations of foreign codes has been conducted.

Method of calculating of bearing capacity of bent reinforced concrete member with circular cross-section has been proposed. As a result of provided comparison of proposed method with data of experiments it was found out that proposed method provides required level of reliability – average rate of experimental bearing capacity to calculated value is 1.241 with standard deviation 0.123. It has been stated, that maximum deviation of results of calculation by proposed model was observed for samples with higher strength of concrete. As a result, it was recommended to provide additional investigations of samples with high strength of concrete, i.e. High Strength Concrete (HSC) samples (with strength greater than 60 MPa).

**Conclusions.** Method for calculating of the bearing capacity of bent reinforced elements under action of shear forces by the sloping crack has been proposed. When developing the methodology, continuity with current Russian regulatory documents in the part of elements with rectangular cross-section was taken into account. Proposed model has been checked with available results of experiment (totally 13 experiments of different authors). According to conducted evaluating of results of experiments proposed model provides enough reserve of reliability. To additional checking of reliability of high strength concrete members, it was recommended to provide additional experiments, i.e. for high strength concrete members.

**Keywords:** bendable elements, reinforced concrete, strength, transverse forces, inclined sections, calculation, reliability, circular cross section, transverse reinforcement

**For citation:** Zenin S.A., Redikultsev E.A. Analysis of the calculated relation for evaluating of the strength of bent reinforced concrete elements with circular shape of cross-section under the action of shear forces. *Beton i Zhelezobeton* [Concrete and Reinforced Concrete]. 2025, no. 4 (629), pp. 5–18. (In Russian). DOI: [https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-4\(629\)-5-18](https://doi.org/10.37538/0005-9889-2025-4(629)-5-18). EDN: QZCDNO

#### **Authors contribution statement**

Zenin S.A. – development of the analytical methods of analysis of strength of reinforced concrete bent elements with the complex shape of cross-section under the action of shear forces, writing and correcting of the article.  
Redikultsev E.A. – development of ways of analysis of cross-sections with numerical methods and common evaluating of obtained results, writing of the article.

#### **Funding**

The research has been funded by the own finance of its authors.

#### **Conflict of interest**

The authors declare no conflict of interest.

*Received 10.04.2025*

*Revised 29.05.2025*

*Accepted 05.06.2025*

### Введение

В действующем СП 63.13330.2018 [1] для оценки прочности при действии поперечных сил применяется методика расчета только для одного типа сечения железобетонных стержневых элементов – прямоугольного сечения. Имеющаяся методика основана на исследованиях М.С. Боришанского [2], А.С. Залесова [3] и показывает надежность, подтвержденную многочисленными экспериментальными и теоретическими исследованиями, а также длительным периодом практического использования без каких-либо свидетельств недостаточной несущей способности элементов, рассчитанных с использованием данной методики.

Вместе с тем в инженерной практике достаточно часто применяются железобетонные элементы с сечениями других типов – круглые, кольцевые, тавровые, двутавровые и др. Также общим случаем расчета всех типов сечений (включая прямоугольные) является вычисление несущей способности при действии поперечных сил для случая косоугольного изгиба и косоугольного внецентренного сжатия. В ранее действовавших нормативных [4] и рекомендательных документах [5] имелись зависимости для тавровых элементов и случая косоугольного изгиба, однако в действующих нормах соответствующие методики отсутствуют. Для распространения действующей методики на иные типы сечений и на случай напряженного состояния необходимо проведение дополнительных опытно-теоретических исследований.

### Анализ основных факторов, определяющих механизм разрушения изгибаемых элементов круглого сечения при действии поперечных сил

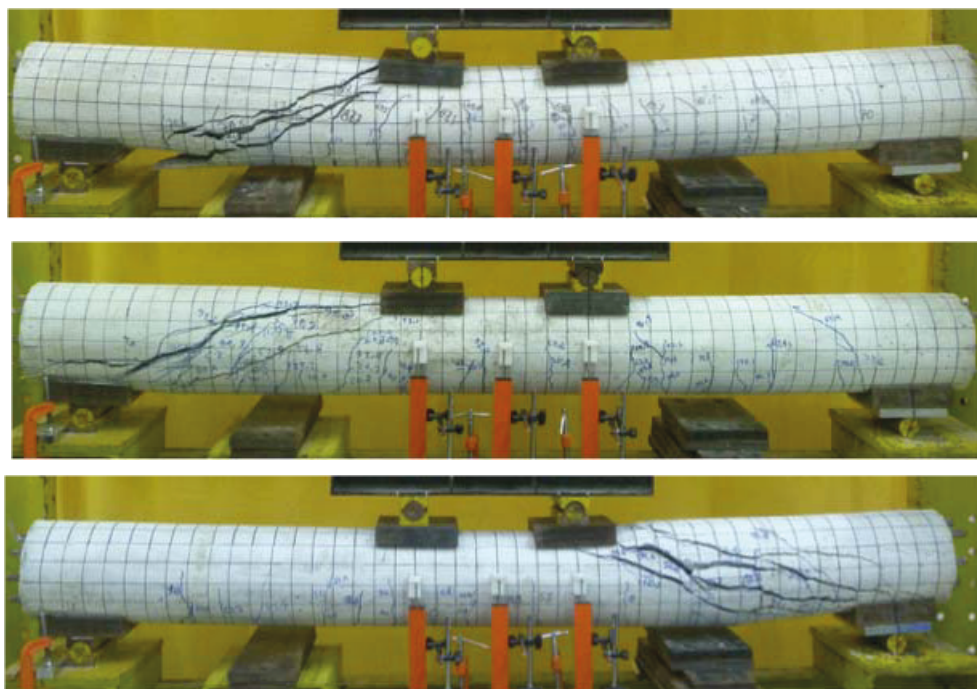
Как показал анализ имеющихся опытных данных, разрушение железобетонных элементов с круглым поперечным сечением при действии поперечных сил принципиально не отличается от элементов прямоугольного сечения – разрушение происходит по наклонной трещине, что проиллюстрировано на рис. 1.

В соответствии с методикой, принятой в отечественных нормативных документах, выделяют три случая разрушения по наклонным сечениям:

- разрушение от действия поперечной силы по наклонной сжатой полосе;
- разрушение от действия поперечной силы по наклонной трещине;
- разрушение от действия изгибающего момента по наклонной трещине.

Первый случай разрушения имеет место при малых относительных величинах пролета среза, т. е. при отношении пролета среза к рабочей высоте сечения до 1,0.

Второй случай разрушения обычно имеет место при относительных пролетах среза в диапазоне 1,0–2,5.



**Рис. 1.** Схемы разрушения железобетонных элементов круглого сечения при действии поперечных сил по данным R. Thamrin и др. [6]

**Fig. 1.** Typical schemes of collapse of reinforced concrete members with circle cross-section under the action of shear forces (by R. Thamrin et al. [6])

При больших пролетах среза (более 2,5–3,0) разрушение, как правило, происходит по схемам, характерным для нормальных сечений по третьему случаю при действии изгибающего момента или внецентренного сжатия. Данный случай разрушения характерен для элементов с недостаточной анкерровкой продольной растянутой арматуры.

Следует отметить, что методика расчета прочности по наклонной сжатой полосе в действующих нормативных документах [1] проработана на достаточном уровне и ее многолетнее применение не вызывает каких-то существенных нареканий, особенно учитывая, что разрушение данного типа является достаточно редким для изгибаемых железобетонных элементов. Разрушение 3-го типа (от действия изгибающего момента) также не вызывает вопросов в инженерной практике, в том числе благодаря унификации расчета с аналогичным расчетом нормальных сечений.

Таким образом, наибольший интерес представляет исследование разрушения железобетонных элементов от действия поперечной силы по наклонной трещине.

Известно, что общее сопротивление железобетонных элементов определяется несколькими частными типами сопротивления, например в [7] выделяются следующие типы сопротивления (удерживающие связи – см. рис. 2):

Связь 1. Бетон сжатой зоны над вершиной наклонной трещины.

Связь 2. Бетон сжатой зоны под наклонной трещиной.

Связь 3. Продольная арматура в точке пересечения данной арматуры с нормальной трещиной.

Связь 4. Продольная арматура в точке пересечения данной арматуры с опасной наклонной трещиной.

Связь 5. Поперечная арматура, пересекающая опасную наклонную трещину.

Каждая из указанных связей включает в себя компоненты как нормальных, так и касательных усилий.

Вклад каждого из типов связей при увеличении нагрузки на элемент не остается постоянным, с увеличением нагрузки влияние связи типа 2 (бетона сжатой зоны под наклонной трещиной) снижается с увеличением влияния связи типа 1 (бетона над вершиной наклонной трещины). В то же время влияние продольной арматуры проявляется в том, что с увеличением ее деформаций уменьшается высота сжатой зоны с одновременным ростом напряжений в ней и с увеличением неравномерности их распределения, что приводит к раскрытию трещины ниже нейтральной оси и уменьшению влияния касательных напряжений в растянутой зоне.

### Формулирование предлагаемой методики расчета

Анализ отечественных и иностранных документов [1, 8–10] показывает, что, как правило, сопротивление железобетонных элементов действию поперечных сил оценивается с учетом условной активной площади, называемой также площадью среза, при этом влиянием слоя бетона, расположенным ниже оси растянутой арматуры, пренебрегают. Таким образом, несущая способность железобетонных изгибаемых элементов при действии поперечных сил и при отсутствии продольных сил может быть описана обобщенной формулой по аналогии с [1]:

$$Q_b = [K] \times b_w \times h_o, \quad (1)$$

где  $b_w$  – ширина прямоугольного сечения при продольном изгибе;

$h_o$  – рабочая высота сечения;

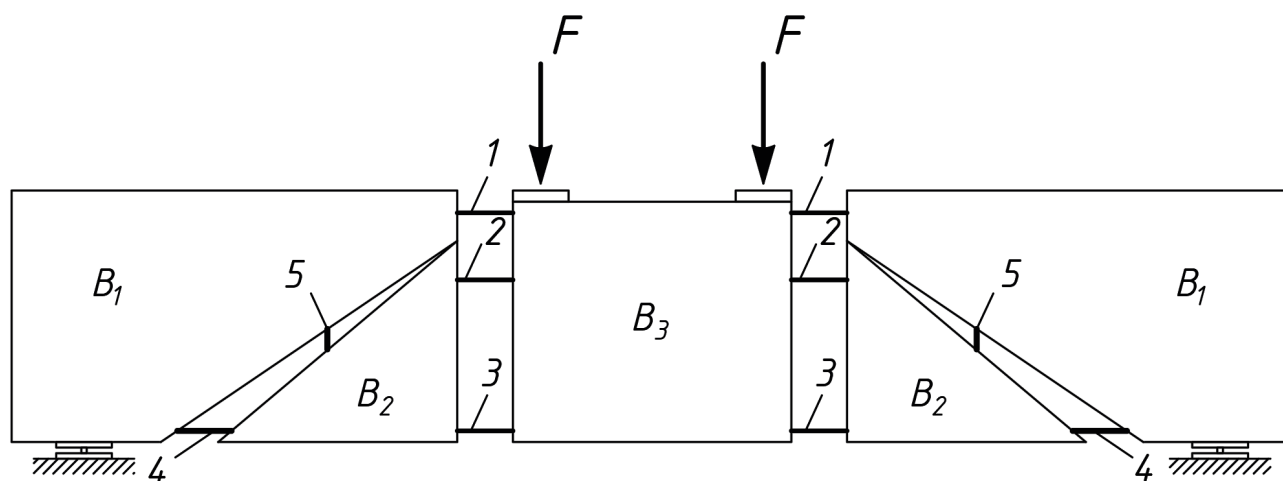


Рис. 2. Типы удерживающих связей при расчете наклонных сечений согласно [7]

Fig. 2. Types of the retaining ties for calculating of the inclined sections by [7]

$[K]$  – обобщенная система коэффициентов и прочностных характеристик, зависящих от методов, используемых в конкретных нормативных документах, в частности для [1] можно записать:

$$[K] = \varphi_{b2} \times R_{bt} \times \frac{h_0}{c}, \quad (2)$$

где  $R_{bt}$  – расчетное сопротивление бетона растяжению;

$\varphi_{b2}$  – эмпирический коэффициент, обеспечивающий приближение расчетных и опытных значений прочности, принимаемый равным 1,5;

$c$  – пролет среза.

В общем случае система коэффициентов  $[K]$  имеет размерность напряжений и характеризует осредненное значение перерезывающей силы в пределах поперечного сечения, ограниченного рабочей высотой данного сечения.

Для методики норм США ACI 318-19 [8] вышеуказанную величину можно записать в виде:

$$[K] = 0,17 \times \lambda \sqrt{f'_c}. \quad (3)$$

Для методики европейских норм Eurocode 2 [9] данная величина для элементов без поперечной арматуры также может быть записана в виде:

$$[K] = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}. \quad (4)$$

Для методики индийских норм IS 456:2000 [10] можно записать:

$$[K] = \tau_c, \quad (5)$$

где  $\tau_c$  – расчетное сопротивление бетона поперечного сечения срезу (табличное значение), зависящее от коэффициента продольного армирования и класса прочности бетона на сжатие.

Следует отметить, что указанная выше активная площадь, или площадь среза, не является реальной величиной, напрямую определяющей сопротивление наклонных сечений действию поперечных сил. Данная площадь определяет совокупность всех влияющих геометрических факторов, а ее приведение в соответствие с результатами испытаний осуществляется при помощи обобщенной системы коэффициентов и прочностных характеристик  $[K]$ .

Описанная выше расчетная модель для оценки предельного сопротивления наклонных сечений действию поперечных сечений может быть распространена и на иные формы поперечных сечений, в том числе на круглые и кольцевые сечения. Подобный подход используется, в частности, в нормах США [8] с заменой ширины сечения  $b_w$  на диаметр сечения, а рабочей высоты сечения  $h_0$  на величину, равную 0,8 диаметра сечения. Достаточная корректность такого подхода отмечается, например, в [6].

Таким образом, наиболее привычной и удобной в использовании была бы методика, сохраняющая преемственность с имеющимися подходами, т. е. основанная на использовании условного понятия площади среза.

С учетом того, что геометрическое приложение площади среза не имеет прямого (т. е. без системы вспомогательных коэффициентов и прочностных характеристик) трактования с точки зрения прочности сечения в целом, данная площадь может быть назначена различным образом для каждого из типов поперечных сечений, при этом должны сохраняться главные факторы, определяющие применение предлагаемого выражения для вычисления прочности наклонных сечений.

В настоящее время в НИИЖБ предложены [11, 12] достаточно простые теоретические зависимости для определения активной площади (площади среза) для поперечных сечений нестандартных (отличных от прямоугольной) форм – круга, тавра, двутавра, ромба (в частном случае – квадрата в условиях косоугольного изгиба) и др.

Вместе с тем сравнительный анализ опытных данных и теоретических значений показывает, что предлагаемые в [11, 12] зависимости требуют дополнительного теоретического и опытного обоснования.

#### **Определение поперечной силы, воспринимаемой сечением при срезе сжатой зоны бетона**

Как было показано выше, в большинстве нормативных методик расчета железобетонных элементов на действие поперечной сил несущая способность относится к условной площади в пределах рабочей высоты сечения, при этом игнорируется факт существенного различия в сопротивлении действию поперечных сил для элементов без нормальных трещин и с нормальными трещинами в растянутой зоне элемента. Данный способ (с условным распределением несущей способности на всю площадь в пределах рабочей высоты сечения) является удобным в практических инженерных расчетах, так как не требует предварительного выполнения расчета нормальных сечений для выполнения расчета прочности при действии поперечных сил.

Тем не менее при выводе расчетных зависимостей следует учитывать распределение касательных напряжений в пределах сжатой зоны и небольшой части растянутой зоны, в пределах которой касательные напряжения могут передаваться через шероховатость в трещине посредством сил зацепления. На рис. 3 показано распределение касательных напряжений для круглого сечения с трещиной.

Таким образом, указанное в нормативных документах отнесение несущей способности к площади в пределах рабочей высоты следует понимать как условное. Введение данной условности представляется приемлемым, поскольку для элементов

из бетонов нормальной прочности и арматуры, применяемой в элементах без предварительного напряжения, отношение высоты сжатой зоны к рабочей высоте сечения является примерно постоянной величиной.

В частности, для прямоугольных сечений высота сжатой зоны составляет приблизительно половину рабочей высоты сечения, что подтверждается многочисленными расчетами по нелинейной деформационной модели, а также результатами испытаний. Действительно, при относительных деформациях растянутой арматуры, равных 0,002, и аналогичных деформациях крайнего сжатого волокна высота сжатой зоны составит порядка 0,5 рабочей высоты сечения.

Для элементов круглого сечения, имеющих, как правило, равномерное распределение рабочей продольной арматуры по кольцевой линии, данное соотношение составляет приблизительно 0,3, что также подтверждается расчетами по нелинейной деформационной модели (рис. 4) и результатами испытаний [13].

Для весьма редко встречающихся элементов круглого сечения, имеющих армирование только в растянутой зоне, данное соотношение может быть несколько больше (приближаясь к значению для прямоугольных элементов), что в некоторых случаях приведет к увеличению несущей способности, однако данными элементами можно пренебречь для универсальности вывода расчетных зависимостей.

Таким образом, для вывода расчетных зависимостей, описывающих прочность элементов произвольного сечения при действии поперечных сил, целесообразно сравнивать не значения площади поперечного сечения в пределах рабочей высоты сечения, а значения площади поперечного сечения преимущественно в пределах его сжатой части.

В качестве примера рассмотрим элемент круглого сечения с отношением рабочей высоты к диаметру, равным 0,9. В этом случае отношение площади сечения в пределах сегмента, равного по высоте  $0,3h_0$ , к площади прямоугольника такой же высотой и шириной, равной диаметру сечения  $d_w$ , составит  $\varphi_{shp} = 0,634$  (рис. 5).

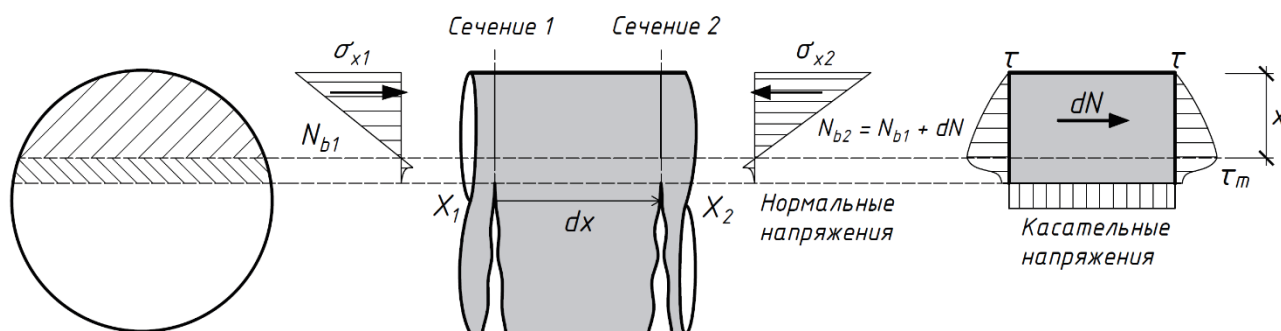


Рис. 3. Определение нормальных и касательных напряжений в элементе круглого сечения с нормальными трещинами в растянутой зоне

Fig. 3. The obtaining of normal and shear stresses in the circle cross-section element with cracks in tension zone

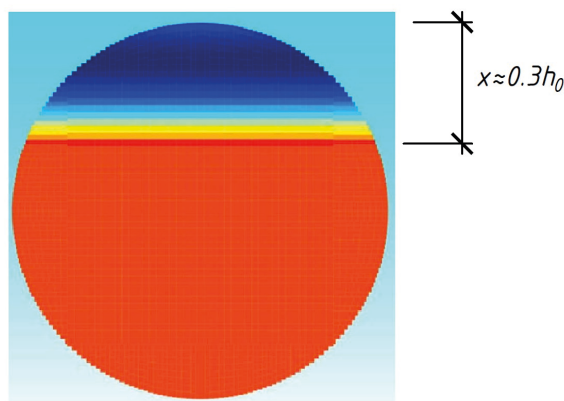


Рис. 4. Результаты расчета нормального сечения круглого элемента по нелинейной деформационной модели (арматура условно не показана)

Fig. 4. Results of analysis of cross-section of circle shape member by nonlinear deformation model, reinforcement is not shown

Для элементов с большей величиной защитного слоя относительно общей высоты сечения данное соотношение уменьшается, приближаясь к 0,6, для элементов с меньшей относительной величиной защитного слоя данное соотношение увеличивается приблизительно до 0,65.

Таким образом, формулу [1] для элементов с произвольной формулой поперечного сечения можно записать в виде:

$$Q_b = \frac{\varphi_{b2} \varphi_{shp} R_{bt} d_w (h_0)^2}{c}. \quad (6)$$

В приведенной выше зависимости коэффициент  $\varphi_{b2}$  следует считать величиной, связывающей средние касательные напряжения с величиной расчетного сопротивления бетона растяжению, а коэффициент  $\varphi_{shp}$  – коэффициентом приведения формы рассматриваемого поперечного сечения к прямоугольному сечению.

Для элементов прямоугольного сечения  $\varphi_{shp} = 1,0$ .

Для элементов круглого сечения в запас определения несущей способности можно предварительно принять  $\varphi_{shp} = 0,6$ .

Предлагаемая в данной статье зависимость, с одной стороны, подчеркивает преимущество предлагаемой зависимости с ранее действовавшими формулами, а с другой стороны, предусматривает некоторый разумный запас несущей способности.

#### Учет поперечного армирования в элементах круглого сечения

Анализ результатов экспериментов [6, 14–16] показывает, что поперечное армирование железобе-

тонных элементов круглого сечения в значительной мере увеличивает их несущую способность. Также установлено, что разрушение элементов круглого сечения с поперечной арматурой имеет характер, аналогичный элементам прямоугольного сечения с некоторыми особенностями.

Первая особенность, которая должна учитываться при расчете элементов круглого сечения с поперечной арматурой, – это переменное значение угла наклона хомутов к плоскости изгиба в точке пересечения с поверхностью опасной (критической) наклонной трещины. Так как элементы круглого сечения чаще всего имеют поперечную арматуру замкнутого кольцевого сечения, то данная арматура в точке пересечения с наклонной трещиной расположена под углом к плоскости изгиба (рис. 6).

Так же как для поперечной арматуры прямоугольных сечений, предельное усилие в поперечной арматуре круглых сечений предлагается учитывать в виде:

$$N_{sw,i} = R_{sw} \times A_{sw,i}, \quad (7)$$

где  $A_{sw,i}$  – площадь поперечной арматуры в одном поперечном сечении, для кольцевой поперечной арматуры следует учитывать две ветви хомутов.

С учетом угла наклона хомутов к плоскости изгиба можно записать:

$$N_{sw,i} = R_{sw} \times A_{sw,i} \times \varphi_{sw,inc}, \quad (8)$$

где  $\varphi_{sw,inc} = \cos(\alpha)$ ,  $\alpha$  – угол наклона поперечной арматуры к плоскости изгиба элемента.

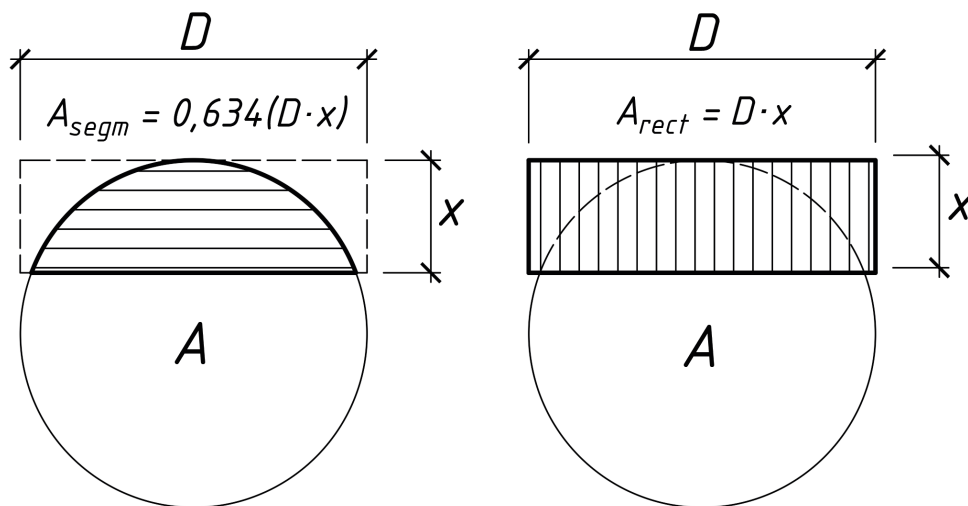


Рис. 5. К определению отношения площади сечения в пределах сегмента, равного по высоте  $0,3h_0$ , к площади соответствующего прямоугольника

Fig. 5. On the determining of the cross-section area within a segment equal in height to  $0.3h_0$ , to the area of the corresponding rectangle

Рассматриваемый угол наклона к вертикальной оси изменяется от 90 градусов в основании наклонной трещины до 0 градусов в середине наклонной трещины и далее снова до 90 градусов в вершине наклонной трещины. Среднее значение косинуса угла наклона составляет  $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7$ . Также следует учитывать, что углом наклона хомута определяют не только напряжения в нем, но и относительные деформации, т. е. при увеличении угла наклона раскрытие наклонной трещины приводит к меньшим продольным деформациям хомута вдоль его оси. С учетом этого рекомендуется принимать:

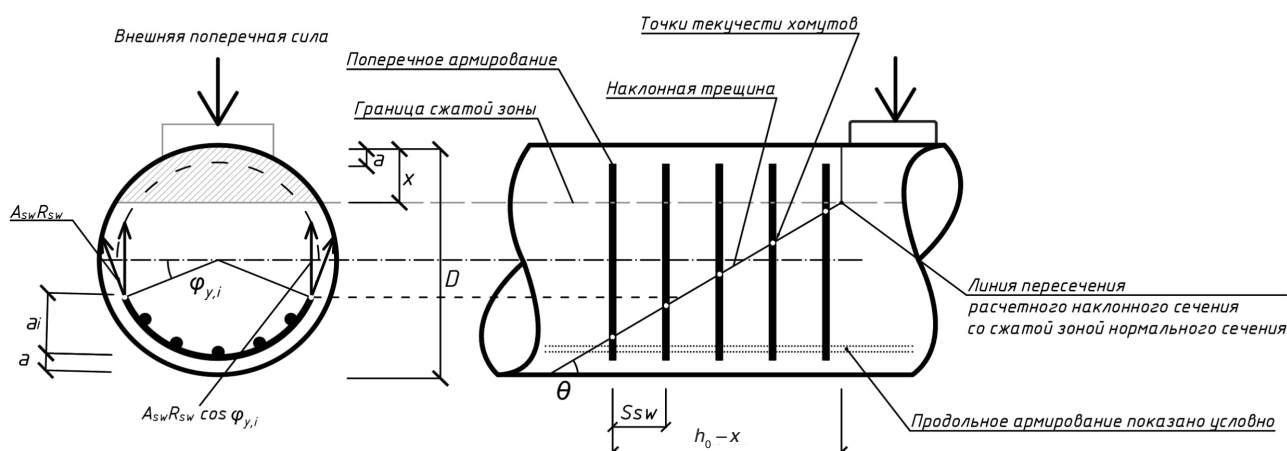
$$\varphi_{sw,inc} = (\cos(\alpha))^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0,5. \quad (9)$$

Для спиральных хомутов следует учитывать дополнительный угол наклона, вызванный наклоном хомутов к вертикальной плоскости, перпендикулярной плоскости изгиба (рис. 7), т. е.:

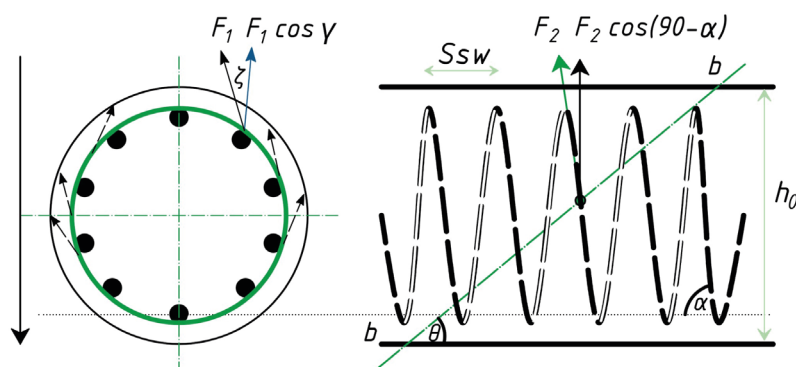
$$\varphi_{sw,inc} = 0,5 \times \cos(\beta), \quad (10)$$

$$\beta = \arctg\left(\frac{S_{sw}/2}{h_0 - a}\right) = \arctg\left(\frac{S_{sw}}{2(D - 2a)}\right). \quad (11)$$

При  $S_{sw} \leq 0,2(D - 2a)$  допускается принимать  $\cos(\beta) \approx 1$ .



**Рис. 6.** Определение эффективности использования поперечной арматуры в элементах круглого сечения  
**Fig. 6.** The calculating of the effectiveness of using of transverse reinforcement in circle cross-section elements



$F_1$  = Усилие от кривизны спирали в плоскости поперечного сечения

$F_2$  = Усилие от наклона спирали относительно плоскости поперечного сечения

**Рис. 7.** Определение эффективности использования поперечной арматуры при применении спиральных хомутов  
**Fig. 7.** The calculating of the effectiveness of using of transverse reinforcement when using the spiral clamps

По аналогии с прямоугольными элементами можно записать:

$$Q_{sw} = \varphi_{sw1} \times \varphi_{sw,inc} \times q_{sw} \times c, \quad (12)$$

$$q_{sw} = \frac{R_{sw} \times A_{sw}}{S_{sw}}. \quad (13)$$

где  $S_{sw}$  – шаг хомутов, при этом шаг хомутов должен соответствовать конструктивным требованиям, приведенным в [1], а расстояние  $c$ , учитываемое в формуле (12), должно приниматься не более  $1,5h_0$ . Последнее ограничение вводится в связи с тем, что угол наклона хомутов к вертикальной оси (т. е. к оси действия поперечной силы) в начале и в конце наклонной трещины равен приблизительно 90 градусов, т. е. данные хомуты практически не участвуют в работе на поперечную силу. Подобное ограничение присутствует, в частности, в [8], где принимается значение  $c$ , равное  $1,0h_0$ .

Значение коэффициента  $\varphi_{sw1}$ , учитывающего возможное отклонение реального дискретного количества хомутов в пределах проекции опасного наклонного сечения от теоретического значения, определяемого величиной  $q_{sw}$ , следует производить в соответствии с [1].

Окончательно можно записать для железобетонных элементов круглого сечения условие обеспечения прочности на действие поперечной силы по наклонной трещине:

$$Q \leq Q_b + Q_{sw}, \quad (14)$$

где значение предельной поперечной силы, воспринимаемой бетоном  $Q_b$ , определяется по формуле (6), а воспринимаемой поперечной арматурой – по формуле (12).

Расчет железобетонных элементов круглого сечения на действие изгибающего момента по наклонной трещине следует производить по методике [1].

### Сравнение результатов расчетов по предлагаемой методике с результатами экспериментов

Для проверки предлагаемых методик следует, по возможности, использовать экспериментальные данные, однако с учетом относительно малого количества испытаний железобетонных конструкций с нестандартной формой поперечного сечения данные экспериментов могут быть расширены при помощи результатов расчетов численными методами, верифицированными на экспериментальных данных. Указанный подход позволяет значительно расширить имеющуюся экспериментальную базу и увеличить возможности для анализа предлагаемых зависимостей.

Покажем применение предлагаемой методики для имеющихся экспериментальных данных опытных образцов с круглым поперечным сечением на действие поперечных сил. Отметим, что исследования, использованные для верификации предложенной методики, были выполнены за рубежом. При этом при проведении подобных экспериментов непосредственно прочность бетона на растяжение, как правило, исследователями не оценивается. В связи с этим был выполнен перевод установленной в опытах кубиковой или цилиндрической прочностей на сжатие опытных образцов к прочности бетона на растяжение.

Для проверки предлагаемой методики проведем сравнение с данными экспериментов, приведенными в работах [6, 14, 15].

При этом в работе [6] описано испытание трех образцов без поперечной арматуры с круглой формой поперечного сечения, диаметр круга равен 250 мм, рабочая высота для всех образцов – 200 мм.

Для образцов без поперечной арматуры разрушающее усилие составило 44–47 кН при среднем значении для трех образцов, равном 45,7 кН. Образцы с поперечным армированием, рассмотренные в [6], не учитываем, так как их разрушение произошло по нормальным сечениям от действия изгибающего момента, что в том числе показывает эффективность применения поперечного армирования в элементах круглого сечения. Характеристики опытных образцов, а также результаты сравнительного анализа приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Результаты сравнения расчета по предлагаемой методике с результатами экспериментов**  
Table 1  
**The results of comparing the calculation by the proposed method with the experimental results**

| Образец                    | $D$ , мм | $a$ , мм | $h_0$ , мм | $c$ , мм | $R_{bt}$ , МПа | $Q_b$ , кН | $q_{sw}$ , кН/м | $Q_{sw}$ , кН | $Q_{calc} = Q_b + Q_{sw}$ , кН | $Q_{exp}$ , кН | $Q_{exp}/Q_{calc}$ |
|----------------------------|----------|----------|------------|----------|----------------|------------|-----------------|---------------|--------------------------------|----------------|--------------------|
| Опыты R. Thamrin et al [6] |          |          |            |          |                |            |                 |               |                                |                |                    |
| BS-01                      | 250      | 50       | 200        | 800      | 1,9            | 34,2       | 0               | 0,0           | 34,2                           | 44,0           | 1,287              |
| BS-02                      | 250      | 50       | 200        | 800      | 1,9            | 34,2       | 0               | 0,0           | 34,2                           | 46,0           | 1,345              |
| BS-03                      | 400      | 25       | 375        | 600      | 2,48           | 34,2       | 0               | 0,0           | 34,2                           | 47,0           | 1,374              |
| Опыты B.G. Ang et al [14]  |          |          |            |          |                |            |                 |               |                                |                |                    |
| Unit 25                    | 400      | 25       | 375        | 600      | 1,9            | 209,3      | 0               | 0,0           | 209,3                          | 233,0          | 1,114              |
| Unit 6                     | 400      | 25       | 375        | 600      | 2,48           | 209,3      | 141             | 86,9          | 296,2                          | 390,0          | 1,317              |

Продолжение таблицы 1

| Образец                                              | $D$ , мм | $a$ , мм | $h_0$ , мм | $c$ , мм | $R_{bt}$ , МПа | $Q_b$ , кН | $q_{sw}$ , кН/м | $Q_{sw}$ , кН | $Q_{calc} = Q_b + Q_{sw}$ , кН | $Q_{exp}$ , кН | $Q_{exp}/Q_{calc}$ |
|------------------------------------------------------|----------|----------|------------|----------|----------------|------------|-----------------|---------------|--------------------------------|----------------|--------------------|
| Unit 21                                              | 400      | 25       | 375        | 800      | 2,48           | 156,9      | 106             | 64,8          | 221,7                          | 258,0          | 1,163              |
| Unit 4                                               | 400      | 25       | 375        | 800      | 2,48           | 156,9      | 143             | 84,6          | 141,5                          | 295,0          | 1,221              |
| Unit 7                                               | 400      | 25       | 375        | 800      | 2,48           | 156,9      | 106             | 74,0          | 230,9                          | 280,0          | 1,213              |
| Unit 22                                              | 400      | 25       | 375        | 800      | 2,48           | 156,9      | 107             | 62,3          | 219,2                          | 280,0          | 1,277              |
| Опыты Т. Arakawa et al [15]                          |          |          |            |          |                |            |                 |               |                                |                |                    |
| Unit 1                                               | 275      | 35       | 240        | 300      | 2,32           | 110,2      | 85              | 31,2          | 141,4                          | 176,4          | 1,247              |
| Unit 2                                               | 275      | 35       | 240        | 300      | 2,32           | 110,2      | 170             | 62,4          | 172,6                          | 203,8          | 1,180              |
| Unit 15                                              | 275      | 35       | 240        | 450      | 2,32           | 73,5       | 113             | 51,7          | 125,2                          | 179,6          | 1,434              |
| Unit 16                                              | 275      | 35       | 240        | 450      | 2,32           | 73,5       | 242             | 110,8         | 184,3                          | 176,9          | 0,960              |
| Среднее                                              |          |          |            |          |                |            |                 |               |                                |                | 1,241              |
| Среднеквадратичное отклонение                        |          |          |            |          |                |            |                 |               |                                |                | 0,123              |
| Коэффициент вариации                                 |          |          |            |          |                |            |                 |               |                                |                | 0,099              |
| Минимальное значение                                 |          |          |            |          |                |            |                 |               |                                |                | 0,960              |
| Обеспеченность 0,95                                  |          |          |            |          |                |            |                 |               |                                |                | 1,039              |
| Количество результатов со значением менее 1,0 (шт/%) |          |          |            |          |                |            |                 |               |                                |                | 1(7,7 %)           |

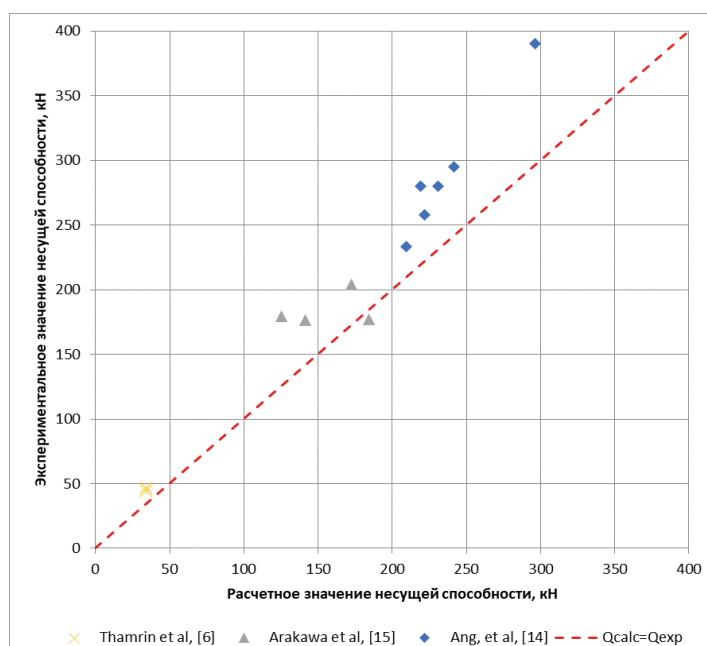


Рис. 8. Сравнение результатов экспериментов с результатами расчетов по предлагаемой методике  
 Fig. 8. Comparison of results of experiment to results of calculations by the proposed methodology

Как видно из табл. 1, среднее значение отношения экспериментальной несущей способности к расчетному значению составило 1,241 при среднеквадратичном отклонении 0,123, при этом для образца, имеющего расчетную несущую способность выше экспериментальной, расчетом по нелинейной деформационной модели было установлено, что разрушение произошло от действия изгибающего момента по нормальному сечению.

Отдельно следует обратить внимание на параметр минимального значения. Надежность методики мож-

но считать обеспеченной в случае, если параметр минимального значения соотношения не ниже единицы. За исключением отдельного образца [15], для предложенной методики это условие соблюдается. Оценка по обеспеченности 0,95 показала, что методика обладает необходимой обеспеченностью – 1,64 стандартного отклонения от среднего значения при полученном коэффициенте вариации не ниже единицы.

Графические результаты сравнения экспериментального и расчетного значений несущей способности приведены на рис. 8.

Как видно из рис. 8, предлагаемая методика обладает достаточным уровнем надежности и может быть рекомендована к дальнейшему использованию.

По результатам сравнительного анализа результатов расчета имеющихся экспериментальных данных по предлагаемой методике можно отметить, что наибольшее отклонение от результатов экспериментов и завышение расчетной несущей способности наблюдается для образцов с более высокой прочностью бетона. Кроме того, необходимо отметить малое количество проанализированных опытных данных для оценки надежности предложенной методики. В связи с этим представляется целесообразным выполнить проверку на большем количестве образцов, в том числе с выполнением дополнительных испытаний образцов, изготовленных из высокопрочного бетона (класса выше В60).

### Результаты

Проанализированы результаты экспериментов, а также методики отечественных и зарубежных нормативных документов. По итогам анализа предложена методика определения несущей способности железобетонных элементов круглого сечения на действие поперечной силы по наклонной трещине. Дополнительно к этому разработана методика учета поперечного армирования элементов круглого сечения с учетом наклона данной арматуры к плоскости изгиба.

По результатам выполненного сравнения предложенной методики с данными экспериментов установлено, что предложенная методика обеспечивает необходимый уровень надежности – среднее отношение экспериментальной несущей способности к расчетному значению составляет 1,241 при среднеквадратичном отклонении 0,123.

Установлено, что наибольшее отклонение результатов расчета по предлагаемой методике от опытных данных наблюдается для бетонов с более высокой прочностью, что может быть вызвано также нехваткой опытных данных. Для оценки возможности применения предлагаемой методики, ее развития и верификации представляется полезным провести дополнительные экспериментальные и численные исследования образцов, в том числе из высокопрочных бетонов.

### Выводы

Установлено, что разрушение изгибаемых железобетонных элементов круглого сечения при действии поперечных сил происходит по схемам, аналогичным широко исследованным элементам с прямоугольным поперечным сечением.

Предложена методика для оценки несущей способности изгибаемых железобетонных элементов круглого сечения на действие поперечной силы по наклонной трещине. При разработке методики учтена

преемственность с действующими нормативными документами в части элементов прямоугольного сечения.

Предложена методика учета хомутов кольцевого сечения при расчете несущей способности железобетонных элементов на действие поперечных сил.

Выполнена верификация предложенной методики с учетом имеющихся результатов экспериментов. По результатам верификации установлено, что предлагаемая методика имеет необходимый уровень надежности.

При этом с целью дополнительной проверки методики и дальнейшего ее внедрения для практического применения целесообразно проведение дополнительных экспериментальных и численных исследований, в том числе для высокопрочных бетонов.

### Список литературы

1. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. Москва: Стандартинформ, 2019.
2. Боришанский М.С. Расчет отогнутых стержней и хомутов по стадии разрушения [диссертация]. 1942.
3. Залесов А.С. Сопротивление железобетонных элементов при действии поперечных сил. Теория и новые методы расчета прочности [диссертация]. Москва, 1979. 369 с.
4. СНиП 2.03.01-84\*. Бетонные и железобетонные конструкции. Москва, 1985.
5. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелых и легких бетонов без предварительного напряжения арматуры (к СНиП 2.03.01-84). Москва: Центральный институт типового проектирования, 1989. 192 с.
6. Thamrin R., Haris S., Dedi E., Dalmantias E. Shear Capacity of Reinforced Concrete Beams with Square Cross Section Subjected to Biaxial Bending. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020, vol. 713, no. 1, 012029. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/713/1/012029>.
7. Залесов А.С., Климов Ю.А. Прочность железобетонных конструкций при действии поперечных сил. Киев: Будивэльный, 1989. 104 с.
8. ACI 318-19. Building Code Requirements for Structural Concrete. American Concrete Institute, 2019.
9. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. 2004.
10. IS 456:2000. Plain and reinforced concrete – code of practice (fourth Revision). Bureau of Indian Standards, 2000.
11. Мухамедиев Т.А., Зенин С.А., Жарких А.С. Оценка надежности метода расчета прочности наклонных сечений железобетонных элементов с различной формой поперечного сечения // *Вестник НИЦ*

- «Строительство». 2022. № 2 (33). С. 139–149. DOI: [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-2\(33\)-139-149](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-2(33)-139-149). EDN: FBWFRF.
12. Мухамедиев Т.А., Зенин С.А. О расчете прочности наклонных сечений железобетонных элементов с различной формой поперечного сечения // *Строительные материалы*. 2022. № 8. С. 70–74. DOI: <https://doi.org/10.31659/0585-430X-2022-805-8-70-74>. EDN: AGUOMO.
  13. Kowalsky M.J., Priestley M.J.N. Improved Analytical Model for Shear Strength of Circular Reinforced Concrete Columns in Seismic Regions. *ACI Structural Journal*. 2000, vol. 97, no. 3, pp. 388–396.
  14. Ang B.G., Priestley M.J.N., Paulay T. Seismic shear strength of circular reinforced concrete columns. *ACI Structural Journal*. 1989, vol. 86(1), pp. 45–59. DOI: <https://doi.org/10.14359/2634>.
  15. Arakawa T., He M.X., Arai Y., Mizoguchi M. Ultimate shear strength of spirally confined concrete columns. *Transactions of the Japan Concrete Institute*. 1987, no. 9, pp. 305–312.
  16. AlaaEldin Abouelleil, M.S., Hayder Rasheed. Report No. K-TRAN: KSU-14-4. Kansas Department of Transportation Column Expert: Ultimate Shear Capacity of Circular Columns Using the Simplified Modified Compression Field Theory, September 2015.
  17. Шипулин С.А., Беляева З.В., Миронова Л.И. Оценка методик расчета железобетонных элементов по прочности при двухосевом действии поперечных сил // *Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова*. 2024. № 8. С. 39–53. DOI: <https://doi.org/10.34031/2071-7318-2024-9-8-39-53>.
  18. Руководство по проектированию и устройству заглубленных инженерных сооружений. НИИСК Госстроя СССР. Москва: Стройиздат, 1986.
  7. Zalesov A.S., Klimov Yu.A. Strength of reinforced concrete structures under the action of shear forces. Kiev: Budivelnik, 1989, 104 p. (In Russian).
  8. ACI 318-19. Building Code Requirements for Structural Concrete. American Concrete Institute, 2019.
  9. EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. 2004.
  10. IS 456:2000. Plain and reinforced concrete – code of practice (fourth Revision). Bureau of Indian Standards, 2000.
  11. Mukhamediev T.A., Zenin S.A., Zharkikh A.S. The reliability assessment of the method for calculating the strength of oblique sections in reinforced concrete elements with various cross-sectional shape. *Vestnik NIC Stroitel'stvo = Bulletin of Science and Research Center of Construction*. 2022, no. 2 (33), pp. 139–149. (In Russian). DOI: [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-2\(33\)-139-149](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-2(33)-139-149). EDN: FBWFRF.
  12. Mukhamediev T.A., Zenin S.A. On the calculation of the strength of inclined sections of reinforced concrete elements with different cross-section shapes. *Stroitel'nye Materialy = Construction Materials*. 2022, no. 8, pp. 70–74. (In Russian). DOI: <https://doi.org/10.31659/0585-430X-2022-805-8-70-74>. EDN: AGUOMO.
  13. Kowalsky M.J., Priestley M.J.N. Improved Analytical Model for Shear Strength of Circular Reinforced Concrete Columns in Seismic Regions. *ACI Structural Journal*. 2000, vol. 97, no. 3, pp. 388–396.
  14. Ang B.G., Priestley M.J.N., Paulay T. Seismic shear strength of circular reinforced concrete columns. *ACI Structural Journal*. 1989, vol. 86(1), pp. 45–59. DOI: <https://doi.org/10.14359/2634>.
  15. Arakawa T., He M.X., Arai Y., Mizoguchi M. Ultimate shear strength of spirally confined concrete columns. *Transactions of the Japan Concrete Institute*. 1987, no. 9, pp. 305–312.
  16. AlaaEldin Abouelleil, M.S., Hayder Rasheed. Report No. K-TRAN: KSU-14-4. Kansas Department of Transportation Column Expert: Ultimate Shear Capacity of Circular Columns Using the Simplified Modified Compression Field Theory, September 2015.
  17. Shipulin S.A., Belyaeva Z.V., Mironova L.I. Evaluation of calculation methods of reinforced concrete elements subjected to biaxial action of shear forces. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2024, no. 8, pp. 39–53. (In Russian). DOI: <https://doi.org/10.34031/2071-7318-2024-9-8-39-53>.
  18. Manual for design and building of underground structures. Research institute of building structures. Moscow: Stroyizdat Publ., 1986 (In Russian).

## References

1. SP 63.13330.2018. Concrete and reinforced concrete structures. General provisions. Updated version of SNiP 52-01-2003. Moscow: Standartinform Publ., 2019. (In Russian).
2. Borishansky M.S. Analysis of inclined rebars and stirrups in collapse stage [dissertation]. 1942. (In Russian).
3. Zalesov A.S. Resistance of reinforced concrete elements under the action of transverse forces. Theory and new methods of strength calculation [dissertation]. Moscow, 1979, 369 p. (In Russian).
4. SNiP 2.03.01-84\*. Concrete and reinforced concrete structures. Moscow, 1985. (In Russian).
5. Manual for the design of concrete and reinforced concrete structures made of heavy lightweight concrete without prestressing reinforcement (to SNiP 2.03.01-84). Moscow: Central Institute for Standard Design, 1989, 192 p. (In Russian).
6. Thamrin R., Haris S., Dedi E., Dalmantias E. Shear Capacity of Reinforced Concrete Beams with

**Информация об авторах /  
Information about the authors**

**Сергей Алексеевич Зенин**✉, канд. техн. наук, заведующий лабораторией теории железобетона и конструктивных систем, НИИЖБ им. А.А. Гвоздева АО «НИЦ «Строительство», Москва  
e-mail: lab01@mail.ru

**Sergey A. Zenin**✉, Cand. Sci. (Engineering), Head of the Laboratory of the Theory of Reinforced Concrete and Constructive Systems, Research Institute of Concrete and Reinforced Concrete Structures named after A.A. Gvozdev, JSC Research Center of Construction, Moscow  
e-mail: lab01@mail.ru

**Евгений Александрович Редикульцев**, аспирант, ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», Екатеринбург

**Evgeniy A. Redikultsev**, Postgraduate Student, FSAEI HE Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Yekaterinburg

✉ Автор, ответственный за переписку / Corresponding author



*Розенталь Н.К., Чехний Г.В.*

**Морозостойкость бетона. Обзор** / Н.К. Розенталь, Г.В. Чехний. – М.: АО «НИЦ «Строительство», 2023. – 156 с.

ISBN 978-5-9903545-5-5

Монография «Морозостойкость бетона. Обзор» посвящена изучению проблемы морозостойкости бетона. Авторы рассматривают широкий круг вопросов, касающихся гипотез морозостойкости, методов испытаний, назначения марок по морозостойкости, а также технологии изготовления морозостойких бетонов и оценки состояния бетона в конструкциях после длительной эксплуатации в условиях морозного воздействия.

Монография предназначена для специалистов, занимающихся изучением бетона и железобетона, инженерно-технических работников проектных и строительных организаций, преподавателей и студентов соответствующих вузов.