

А.А. ДАВИДЕНКО^{1,✉}, А.И. ДАВИДЕНКО²¹ Центральный научно-исследовательский институт строительных конструкций (ЦНИИСК) им. В.А. Кучеренко АО «НИЦ «Строительство»,

2-я Институтская ул., д. 6, к. 1, г. Москва, 109428, Российская Федерация

² ФГБОУ ВО «Луганский государственный аграрный университет имени К.Е. Ворошилова», тер. ЛНАУ, д. 1, г. Луганск, 291008, Луганская Народная Республика, Российская Федерация

К ОБОСНОВАНИЮ КРИТЕРИЯ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА ПРИ ДВУХОСНОМ СЖАТИИ

Аннотация

Введение. Многочисленные опытные данные российских и зарубежных исследователей свидетельствуют, что классические гипотезы пластичности не учитывают разного сопротивления одноосному растяжению и сжатию, влияние шарового тензора. В то же время опыты показывают, что предельное сопротивление зависит от вида напряженного состояния, а гидростатическое давление способствует повышению прочности и пластичности твердых тел.

Цель. Установление зависимости влияния второй составляющей напряжений при двухосном сжатии бетона на параметры полных диаграмм деформирования материала σ_{bR} и ε_{bR} , необходимых для описания указанных диаграмм, и построение замкнутой кривой на плоскости главных напряжений (критерий прочности бетона).

Материалы и методы. На основании экспериментальных материалов зарубежных и отечественных исследователей, включая опыты авторов статьи, методов механики деформированного твердого тела предложены предельные кривые и замкнутая кривая на плоскости главных напряжений в виде цепной линии, образующей при вращении поверхность прочности наименьшей площади в форме катеноида.

Результаты. В статье приведен анализ известных критериев прочности с точки зрения их геометрической интерпретации в пространстве напряжений. Показано, что перечисленные исследования относятся в основном к металлам и металлическим конструкциям, а для проектирования железобетонных и сталебетонных конструкций в условиях сложного напряженного состояния необходимо развитие соответствующего критерия прочности бетона.

Выводы. В результате предложенные предельные кривые и поверхность (критерий прочности материала) на плоскости главных напряжений в форме катеноида достаточно точно отражают поведение бетона в условиях равномерного и неравномерного плоского напряженного состояния, а уравнение поверхности в форме катеноида является обобщением уравнений предельных кривых для каждого из трех видов плоского напряженного состояния. При этом завышения прочности в области «сжатие – сжатие» в данном случае не наблюдается.

Ключевые слова: бетон, критерий прочности, двухосное сжатие, предельные кривые, поверхность прочности

Для цитирования: Давиденко А.А., Давиденко А.И. К обоснованию критерия прочности бетона при двухосном сжатии // Бетон и железобетон. 2024. № 3 (622). С. 13–19. DOI: [https://doi.org/10.37538/0005-9889-2024-3\(622\)-13-19](https://doi.org/10.37538/0005-9889-2024-3(622)-13-19)

Вклад авторов

Все авторы внесли равноценный вклад в подготовку публикации.

Финансирование

Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 02.07.2024

Поступила после рецензирования 14.07.2024

Принята к публикации 18.07.2024

A.A. DAVIDENKO^{1,✉}, A.I. DAVIDENKO²

¹ Research Institute of Building Constructions named after V.A. Koucherenko,
JSC Research Center of Construction, 2nd Institutskaya str., 6, bld. 1,
Moscow, 109428, Russian Federation

² FSBEI HE Lugansk State Agrarian University named after K.E. Voroshilov,
Lugansk city, Artyomovsky district, LSAU ter., 1, Lugansk, 291008,
Lugansk People's Republic, Russian Federation

TO JUSTIFICATION OF CONCRETE STRENGTH CRITERION AT BIAXIAL COMPRESSION

Abstract

Introduction. Numerous experimental data from Russian and foreign researchers indicate that the classical plasticity hypotheses do not take into account the different resistance to uniaxial tension and compression, the influence of the spherical tensor. At the same time, experiments show that the ultimate resistance depends on the type of stress state, and hydrostatic pressure increases the strength and plasticity of solids.

Aim. To establish the dependence of the influence of the second component of stresses during biaxial compression of concrete on the parameters of the complete diagrams of deformation of the material σ_{bR} and ε_{bR} it is necessary to describe these diagrams, and to construct a closed curve on the plane of the main stresses (concrete strength criterion).

Materials and methods. Based on the experimental materials of foreign and domestic researchers, including the experiments of the authors of the article, methods of mechanics of deformed solids, limit curves and a closed curve on the plane of the main stresses in the form of a chain line forming the smallest area strength surface in the form of a catenoid are proposed.

Results. The article provides an analysis of the known strength criteria from the point of view of their geometric interpretation in the stress space. It is shown that these studies relate mainly to metals and metal structures, and for the design of reinforced concrete and steel-concrete structures in a complex stress state, it is necessary to develop an appropriate criterion for the strength of concrete.

Conclusions. As a result, the proposed limit curves and the surface (material strength criterion) on the plane of main stresses in the form of a catenoid accurately reflect the behavior of concrete under conditions of uniform and uneven flat stress state, and the equation of the surface in the form of a catenoid is a generalization of the equations of limit curves for each of the three types of flat stress state. At the same time, there is no overestimation of strength in the "compression – compression" area in this case.

Keywords: concrete, strength criterion, biaxial compression, limiting curves, strength surface

For citation: Davidenko A.A., Davidenko A.I. To justification of concrete strength criterion at biaxial compression. *Beton i Zhelezobeton* [Concrete and Reinforced Concrete]. 2024, no. 3 (622), pp. 13–19. (In Russian). DOI: [https://doi.org/10.37538/0005-9889-2024-3\(622\)-13-19](https://doi.org/10.37538/0005-9889-2024-3(622)-13-19)

Authors contribution statement

All authors made equal contributions to the study and the publication.

Funding

No funding support was obtained for the research.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Received 02.07.2024

Revised 14.07.2024

Accepted 18.07.2024

Введение

Для оценки прочности любой инженерной конструкции необходимо определение предельного напряженного состояния материала, из которого она выполнена. Учитывая, что большинство элементов современных конструкций работает в сложных условиях силового нагружения, вопросы применимости различных подходов к описанию закономерностей деформирования за пределом упругости представляются актуальными.

Твердое тело под нагрузкой разрушается либо хрупко, либо вязко. На сегодняшний день нет единой теории, которая бы для любого вида напряженного состояния однозначно устанавливала и характер разрушения, и величину предельных напряжений.

Классические гипотезы пластичности не учитывают разного сопротивления одноосному растяжению и сжатию, о чем свидетельствуют многочисленные опытные данные зарубежных и российских ученых [1–4], и не учитывают влияние шарового тензора, в то время как опыты показывают, что предельное сопротивление зависит от вида напряженного состояния [3, 5], а гидростатическое давление способствует повышению прочности и пластичности твердых тел [3, 6, 7].

О. Мором была предпринята попытка построения обобщенной теории прочности твердых тел, учитывающей разное сопротивление растяжению и сжатию. Однако условие

$$\sigma_1 - \chi \sigma_3 = \sigma_p^{\text{оп}} \quad (1)$$

оказалось применимым только для частных случаев напряженного состояния, когда первое главное напряжение растягивающее $\sigma_1 > 0$, а третье – сжимающее $\sigma_3 < 0$. Опыты показали, что неучет второго главного напряжения σ_2 приводил к ошибке порядка 17 % [8]. В итоге критерий О. Мора стал лишь поправкой критерия Ш. Кулона.

Критерий Г.С. Писаренко – А.А. Лебедева [9] явился улучшенным вариантом критерия И. Максвелла – Р. Мизеса. В [10] показано большое количество примеров хорошего совпадения критерия

Г.С. Писаренко – А.А. Лебедева с опытными данными для плоского напряженного состояния, конкретно – для двухосного растяжения и случаев, когда одно напряжение растягивающее $\sigma_1 > 0$, а другое – сжимающее $\sigma_3 < 0$.

Основной раздел

В настоящее время существует большое количество критериев прочности. В работе [11] приведен глубокий анализ известных критериев прочности с точки зрения их геометрической интерпретации в пространстве напряжений, обоснованы требования, которым должна удовлетворять геометрия граничной поверхности, а следовательно, достоверность соответствующих критериев.

Вместе с тем перечисленные исследования относятся к металлам и металлическим конструкциям. Для проектирования железобетонных и сталебетонных конструкций в условиях сложного напряженного состояния необходимо развитие соответствующего критерия прочности бетона. Исследования [12–18 и др.] показывают, что с неоднородным напряженным состоянием связан ряд важных особенностей поведения бетона под нагрузкой.

Целью работы являлось установление зависимости влияния второй составляющей напряжений при двухосном сжатии бетона на параметры полных диаграмм деформирования σ_{bR} и ε_{bR} , необходимых для описания указанных диаграмм, и построение замкнутой кривой на плоскости главных напряжений (критерий прочности бетона). Анализ данных наших опытов и результаты исследований прочности бетона при двухосном сжатии, изложенные в работах [16, 17], свидетельствуют, что указанная зависимость носит нелинейный характер и может быть аппроксимирована квадратной параболой:

$$\frac{\hat{\sigma}_{b1}}{R_b} = 1 + 1,38 \frac{\sigma_{b2}}{R_b} - 1,15 \times \left(\frac{\sigma_{b2}}{R_b} \right)^2. \quad (2)$$

Построенная на основе уравнения (2) предельная кривая представлена на рис. 1, она достаточно хорошо отражает моделируемый процесс.

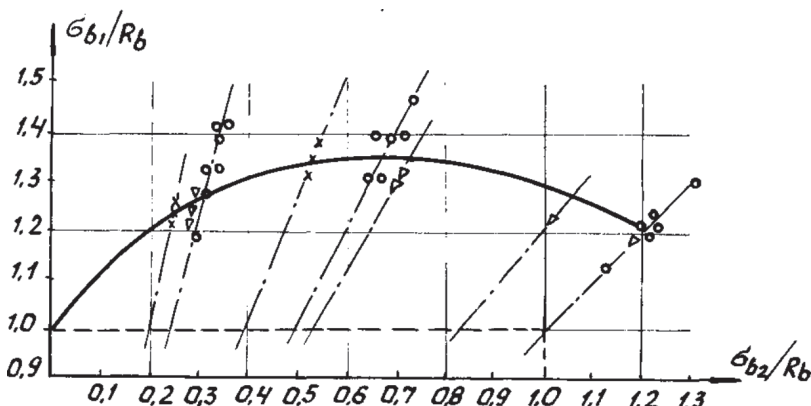


Рис. 1. Предельная кривая прочности бетона при двухосном сжатии:
▽ – опыты Х. Купфера [17]; o – опыты НИИЖБ [18]; x – опыты авторов [19]

Fig. 1. The limiting curve of concrete strength under biaxial compression:

▽ – experiments of H. Kupfer [17]; o – experiments of NIIIZHB [18]; x – experiments of the authors [19]

Следует отметить, что увеличение отношения σ_{b2}/R_b (до определенного предела) положительно отражается на прочности бетона. Так, при $\sigma_{b2}/R_b = 0,4$ прочность бетона при двухосном сжатии оказалась в наших опытах на 30–37 % выше, чем при осевом сжатии, причем прочность бетона в условиях двухосного сжатия зависит не только от уровня поперечного обжатия, но и от класса бетона.

Для определения указанной зависимости введем в уравнение (2) коэффициенты K_1 и K_2 , определяемые из граничных условий:

$$\begin{aligned} K_1 &= 1,472 - (R_b - 21,5) \times 0,018, \\ K_2 &= 1,24 - (R_b - 21,5) \times 0,0133. \end{aligned} \quad (3)$$

Коэффициенты K_1 , K_2 представляют собой шаг увеличения прочности в зависимости от класса бетона. После подстановки указанных коэффициентов в уравнение (2) зависимость максимального напряжения $\hat{\sigma}_{b1}$ от прочности бетона и уровня поперечного обжатия примет вид:

$$\frac{\hat{\sigma}_{b1}}{R_b} = 1 + (1,86 - 0,018R_b) \times \eta + (0,0133R_b - 1,526) \times \eta^2, \quad (4)$$

где $\eta = (\sigma_{b2}/R_b)$.

Предельные кривые, построенные на основе уравнения (4), также представляют собой квадратные параболы, поскольку это уравнение является общим применительно к прочности бетона при двухосном сжатии в интервале классов от В20 до В40.

В отношении деформации сжатого бетона от уровня его поперечного обжатия деформации $\hat{\epsilon}_{b1}$, соответствующие максимальным напряжениям по направлению большего сжимающего усилия, с увеличением отношения σ_{b2}/R_b увеличиваются и при $\sigma_{b2}/R_b = 0,4$ на 56 % превышают деформации, соответствующие одноосному сжатию [19]. С дальнейшим увеличением указанного отношения положительное влияние второй составляющей напряжений (как и в случае с прочностью бетона) снижается [17, 19].

Предельная кривая деформаций (рис. 2) на основании проведенных опытов и исследований [17] предложена в виде:

$$\frac{\hat{\epsilon}_{b1}}{\epsilon_{bR}} = 1 + 2,15 \times \frac{\sigma_{b2}}{R_b} - 1,95 \times \left(\frac{\sigma_{b2}}{R_b} \right)^2. \quad (5)$$

Коэффициенты уравнения (5) определялись из начальных условий

$$\begin{aligned} \hat{\epsilon}_{b1} &= \epsilon_{bR} \text{ при } \sigma_{b2}/R_b = 0; \\ \hat{\epsilon}_{b1} &= 1,56 \times \epsilon_{bR} \text{ при } \sigma_{b2}/R_b = 0,4; \\ \hat{\epsilon}_{b1} &= 1,23 \times \epsilon_{bR} \text{ при } \sigma_{b2}/R_b = 1,0. \end{aligned} \quad (6)$$

Деформации в неразгруженном направлении ϵ_{b3} также увеличивались с увеличением второй составляющей напряжений σ_{b2} и при $\sigma_{b2}/R_b = 0,4$ превышали поперечные деформации, соответствующие одноосному сжатию, в 2,3–2,4 раза.

Уравнения (2) и (4) позволяют определить параметры вершин диаграммы « $\sigma_b - \epsilon_b$ » только в области «сжатие – сжатие». Между тем с точки зрения практики проектирования железобетонных конструкций целесообразно иметь замкнутую кривую на плоскости главных напряжений. В качестве такой кривой, хорошо описывающей полученные результаты, а также результаты опытов [16, 17], проведенных для каждого из трех видов двухосного напряженного состояния, предложена цепная линия, проходящая через заданные точки А, В (рис. 3), расположенные на равнонаклонной осям главных напряжений с координатами, определяемыми из начальных условий:

$$x_a = \frac{1,23(\sigma_{b1}/R_b)}{\cos 45^\circ} = 1,73 \frac{\sigma_{b1}}{R_b}; \quad x_b = \frac{0,05(\sigma_{b1}/R_b)}{\cos 45^\circ} = 0,07 \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \quad (7)$$

$$y_a = x_a \times \operatorname{tg} 0 = 0; \quad y_b = x_b \times \operatorname{tg} 0 = 0.$$

Предложенная кривая соответствует энергетическим положениям: форма, которую указанная линия принимает в состоянии равновесия, удовлетворяет экстремальному условию (координата центра тяжести имеет наименьшее значение, что эквивалентно условию минимума потенциальной энергии кривой).

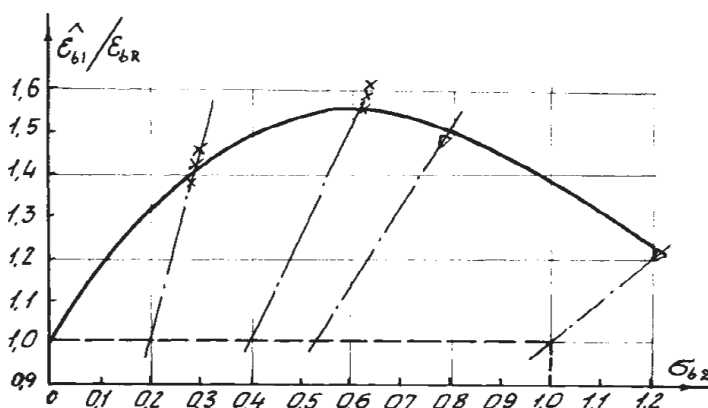


Рис. 2. Предельная кривая деформативности бетона при двухосном сжатии:

▽ – опыты Г. Купфера [17]; × – опыты авторов [19]

Fig. 2. The limiting curve of concrete deformability under biaxial compression:

▽ – experiments of G. Kupfer [17]; × – experiments of the authors [19]

Среди линий, соединяющих указанные точки, цепная линия образует при вращении поверхность наименьшей площади. Такая поверхность, как известно, носит название «катеноид».

Уравнение цепной линии, полученное из условия минимума функционала

$$J = \int_{x_a}^{x_b} y \sqrt{1 + y'^2} dx,$$

можно записать в виде

$$y + \lambda = c_1 \times ch \frac{x - c_2}{c_1}, \quad (8)$$

где λ – множитель Лагранжа.

Для определения постоянных c_1 , c_2 и λ используют зависимости [16]

$$\begin{aligned} y_b - y_a &= c_1 \left(ch \frac{x_b - c_2}{c_1} - ch \frac{x_a - c_2}{c_1} \right); \\ y_b + \lambda &= c_1 \times ch \frac{x_b - c_2}{c_1}; \\ 1 - ch \frac{x_a - c_2}{c_1} &= \frac{1}{c_1^2} \times [l^2 - (y_b - y_a)^2], \end{aligned} \quad (9)$$

где l – длина цепной линии (коэффициент c_2 , определяющий смещение цепной линии относительно оси $x = 0$, можно легко определить графическим способом).

После известных преобразований функции гиперболического косинуса и определения указанных постоянных с учетом соотношений (10)

$$\begin{aligned} y &= \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \times 1,41 - x, \quad x = 0,707 + 1,87\eta - 0,85\eta^2, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \\ x &= 0,707 + 1,9\eta + 1,2\eta^2, \quad -1 \leq \eta \leq 0, \\ \eta &= \frac{\sigma_{b2}}{R_b}, \quad x = -0,045 + 0,417\eta + 1,6\eta^2, \quad -0,1 \leq \eta \leq 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнение (6) примет вид:

$$\frac{\sigma_{b1}}{R_b} \times 1,41 - x = 1,37 - 0,63 \times ch \frac{x - 0,82}{0,63}. \quad (11)$$

Предельная поверхность (область сопротивления бетона) в соответствии с уравнением цепной линии

является криволинейной с ребрами в меридиональном направлении и выпуклой, что соответствует постулату Друккера о неотрицательности приращения работы пластической деформации в процессе дополнительного нагружения. При разложении функции гиперболического косинуса в ряд уравнение цепной линии приобретает вид квадратной параболы. Подобные предельные кривые каждого из трех видов двухосного напряженного состояния, состыкованные на плоскости главных напряжений в замкнутую кривую, также представляют собой квадратные параболы [16, 17]. Следовательно, уравнение указанной поверхности является обобщением уравнения предельных кривых для каждого из трех видов плоского напряженного состояния («сжатие – сжатие», «сжатие – растяжение», «растяжение – растяжение»). Причем в отличие от других условий прочности [12, 13] завышения прочности в области «сжатие – сжатие» в данном случае не наблюдается.

Выводы

1. Предложенные предельные кривые и поверхность прочности бетона на плоскости главных напряжений в форме катеноида достаточно точно отражают поведение бетона в условиях равномерного и неравномерного плоского напряженного состояния.

2. Уравнение поверхности в форме катеноида является обобщением уравнений предельных кривых для каждого из трех видов плоского напряженного состояния («сжатие – сжатие», «сжатие – растяжение», «растяжение – растяжение»). При этом завышения прочности в области «сжатие – сжатие» в данном случае не наблюдается.

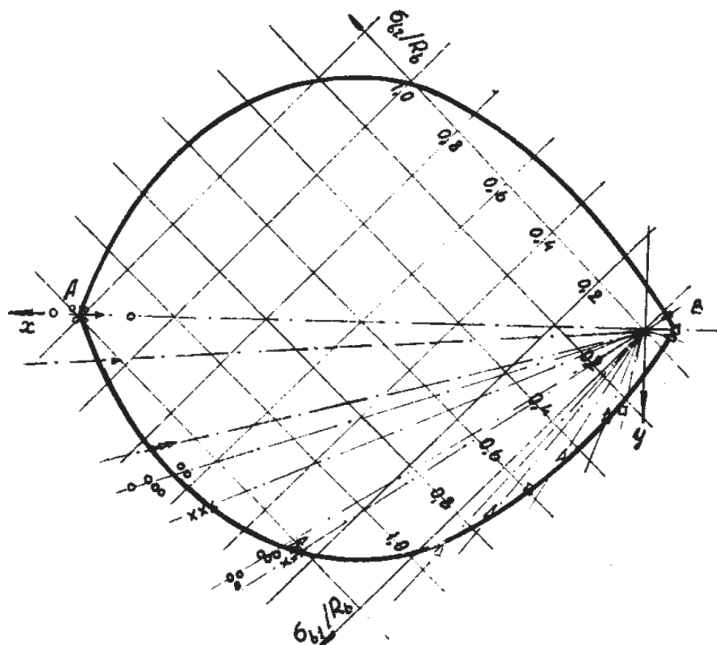


Рис. 3. Поверхность прочности бетона на плоскости главных напряжений на основе уравнения (11):
□ – опыты И.И. Кулика [16]; ▽ – опыты Г. Купфера [17]; о – опыты НИИЖБ [18]; х – опыты авторов [19]
Fig. 3. Concrete strength surface on the plane of main stresses based on equation (11):
□ – I. Kulik [16]; ▽ – G. Kupfer [17]; о – experiments of NIIZHB [18]; х – experiments of authors [19]

Список литературы

1. Белл Дж.Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел: В 2 ч. Ч. 1. Малые деформации / Пер. с англ.; под ред. А.П. Филина. Москва: Наука, 1984. 600 с.
2. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии: Справочник / А.А. Лебедев, Б.И. Ковальчук, Ф.Ф. Гигиняк, В.П. Ламашевский. Киев: Наук. думка, 1983. 336 с.
3. Ратнер С.И. Прочность и пластичность металлов. Москва: Оборонгиз, 1949. 152 с.
4. Лебедев А.А. Расчеты на прочность при сложном напряженном состоянии. Киев: Мин-во высш. и сред. спец. образования УССР, 1968. 66 с.
5. Айбиндер С.Б., Тюнина Э.Л., Цируле К.И. Свойства полимеров при различных напряженных состояниях. Москва: Химия, 1981. 232 с.
6. Бриджмен П.В. Исследование больших пластических деформаций и разрыва. Москва: Изд-во иностр. лит., 1955. 444 с.
7. Пластичность и прочность твердых тел при высоких давлениях / Б.И. Береснев, Е.Д. Мартынов, К.П. Родионов и др. Москва: Наука, 1970. 161 с.
8. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела: Т. 1. Сопротивление материалов с элементами теории сплошных сред и строительной механики. Москва: Наука, 1975. 832 с.
9. Корсун В.И., Недорезов А.В., Макаренко С.Ю. Сопоставительный анализ критериев прочности для бетонов // *Современное промышленное и гражданское строительство*. 2014. Т. 10. № 1. С. 65–78.
10. Гвоздев А.А., Бич П.М. Прочность бетона при двухосном напряженном состоянии // *Бетон и железобетон*. 1974. № 7. С. 10–11.
11. Лебедев А.А. Развитие теорий прочности в механике разрушения // *Проблемы прочности*. 2010. № 5. С. 127–146.
12. Балан Т.А. Определение соотношения для структурно-неоднородных материалов при сложном напряженном состоянии // *Проблемы прочности*. 1985. № 12. С. 106–115.
13. Гениев Г.А., Кисюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. Москва: Стройиздат, 1974. 316 с.
14. Веригин К.П. Сопротивление бетона разрушению при одноосном и двухосном сжатии. В кн.: Структура, прочность и деформации бетонов. Москва: Стройиздат, 1966. С. 234–237.
15. Яшин А.В. Критерии прочности и деформирования бетона при простом нагружении для различных видов напряженного состояния // *Тр. ин-та НИИЖБ*. 1977. Вып. 39. С. 48–57.
16. Кулик И.И. Прочность, деформация и расчет железобетонных конструкций при плоском напряженном состоянии [диссертация]. Вильнюс, 1982. 20 с.

17. Kupfer H., Hilsdorf H.K., Rusch H. Behavior of Concrete under Biaxial Stresses. *ACI Journal Proceedings*. 1969, vol. 66, issue 8, pp. 656–666.
18. Бич П.М. Исследования прочности, деформативности и микроразрушений тяжелого и легкого бетонов при плоском напряженном состоянии [диссертация]. Москва, 1973. 12 с.
19. Бамбура А.Н., Давиденко А.И. Экспериментальные исследования закономерности деформирования бетона при двухосном сжатии // *Строительные конструкции*. 1989. Вып. 42. С. 95–100.
20. Светлицкий В.А. Механика гибких стержней и нитей. Москва: Машиностроение, 1978. 222 с.

References

1. Bell J.F. Experimental Foundations of Mechanics of Deformable Solids: In 2 parts. Part 1. Small Deformations / Translated from English; edited by A.P. Filin. Moscow: Nauka, 1984, 600 p. (In Russian).
2. Mechanical Properties of Structural Materials under Complex Stress State: Handbook / A.A. Lebedev, B.I. Kovalchuk, F.F. Giginyak, V.P. Lamashevsky. Kiev: Nauk. Dumka, 1983, 336 p. (In Russian).
3. Ratner S.I. Strength and Plasticity of Metals. Moscow: Oborongiz, 1949, 152 p. (In Russian).
4. Lebedev A.A. Strength Calculations under Complex Stress State. Kyiv: Ministry of Higher and Secondary Special Education of the Ukrainian SSR, 1968, 66 p. (In Russian).
5. Aibinder S.B., Tyunina E.L., Tsirole K.I. Properties of polymers under various stress states. Moscow: Chemistry, 1981, 232 p. (In Russian).
6. Bridgman P.V. Study of large plastic deformations and rupture. Moscow: Publishing house of foreign literature, 1955, 444 p. (In Russian).
7. Plasticity and strength of solids under high pressures / Beresnev B.I., Martynov E.D., Rodionov K.P., etc. Moscow: Nauka, 1970, 161 p. (In Russian).
8. Filin A.P. Applied mechanics of a solid deformable body: T. 1. Strength of materials with elements of the theory of continuous media and structural mechanics. Moscow: Nauka, 1975, 832 p. (In Russian).
9. Korsun V., Niedoriezov A., Makarenko S. Comparative analysis of the strength criteria for concrete. *Modern industrial and civil construction*. 2014, vol. 10, no. 1, pp. 65–78. (In Russian).
10. Gvozdev A.A., Bich P.M. Strength of concrete under biaxial stress state. *Beton i Zhelezobeton = Concrete and Reinforced Concrete*. 1974, no. 7, pp. 10–11. (In Russian).
11. Lebedev A.A. Development of strength theories in fracture mechanics. *Problemy prochnosti*. 2010, no. 5, pp. 127–146. (In Russian).
12. Balan T.A. Determination of the ratio for structurally inhomogeneous materials in a complex stress state. *Problemy prochnosti*. 1985, no. 12, pp. 106–115. (In Russian).

13. Geniev G.A., Kisyuk V.N., Tyupin G.A. Theory of plasticity of concrete and reinforced concrete. Moscow: Stroyizdat Publ., 1974, 316 p. (In Russian).

14. Verigin K.P. Resistance of concrete to destruction under uniaxial and biaxial compression. In the book: Structure, strength and deformation of concrete. Moscow: Stroyizdat Publ., 1966, pp. 234–237. (In Russian).

15. Yashin A.V. Strength and deformation criteria for concrete under simple loading for various types of stress state. *Proceedings of the NIIZHB Institute*. 1977, issue 39, pp. 48–57. (In Russian).

16. Kulik I.I. Strength, deformation and calculation of reinforced concrete structures under plane stress state [dissertation]. Vilnius, 1982, 20 p. (In Russian).

17. Kupfer H., Hilsdorf H.K., Rusch H. Behavior of Concrete under Biaxial Stresses. *ACI Journal Proceedings*. 1969, vol. 66, issue 8, pp. 656–666.

18. Bich P.M. Studies of strength, deformability, and microfractures of heavy and light concretes under plane stress [dissertation]. Moscow, 1973, 12 p. (In Russian).

19. Bambura A.N., Davidenko A.I. Experimental studies of the patterns of concrete deformation under biaxial compression. *Building structures*. 1989, issue 42, pp. 95–100. (In Russian).

20. Svetlitsky V.A. Mechanics of flexible rods and threads. Moscow: Mechanical Engineering, 1978, 222 p. (In Russian).

**Информация об авторах /
Information about the authors**

Алексей Александрович Давиденко ✉, канд. техн. наук, старший научный сотрудник, лаборатория сейсмостойких сооружений и инновационных методов сейсмозащиты, ЦИСС ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко АО «НИЦ «Строительство», Москва
e-mail: alikdave88@yandex.ru

Alexei A. Davidenko ✉, Cand. Sci. (Engineering), Senior Researcher, Laboratory of Earthquake-Resistant Structures and Innovative Methods of Seismic Protection, EERC Research Institute of Building Constructions named after V.A. Koucherenko, JSC Research Center of Construction, Moscow
e-mail: alikdave88@yandex.ru

Александр Иванович Давиденко, д-р техн. наук, профессор кафедры проектирования сельскохозяйственных объектов, Луганский государственный аграрный университет имени К.Е. Ворошилова, Луганск

Alexander I. Davidenko, Dr. Sci. (Engineering), Professor of the Department of Design of Agricultural Facilities, Lugansk State Agrarian University named after K.E. Voroshilov, Lugansk

✉ Автор, ответственный за переписку / Corresponding author